

## 『楊輝算法』伝説再考

城地 茂

(台湾・国立高雄第一科技大学)

### 1 はじめに

『楊輝算法』は、和算に大きな影響を与えたと言われながら、近年まで、数学史家も容易にその全文を見ることができないと言う稀覯本だった。そのため、数学史上で、時にはその存在が無視され、また反対に過大評価された<sup>1</sup>のも、その神秘性に原因ある。そのせいか、李儼・銭寶琮といった数学史の先駆者たちも、あまり『楊輝算法』について記述していない。だが、『楊輝算法』は、李氏朝鮮で教科書になった数学書であり、日本も含めた東アジア諸国の影響は多大なものがあったはずである。そこで、『楊輝算法』の実態を再考し、特に、和算創世問題の一助としたい。

先行研究としては、Lam Ray Yong.1977 があり、朝鮮版本を英訳している。また、修士論文として、張加敏(1988)などにも取り上げられており、一般に、初等数学書と見なされることが多い。

『楊輝算法』の業績は、3つと考えるとよいだろう。方陣(高次)方程式<sup>2</sup>、計算法の3つである。

確かに方陣としては、最大級の業績があり、これについては、多くの研究がある<sup>3</sup>。ところが、『楊輝算法』は、東アジア最初に、2次方程式の解が二つあり、しかも、その大きな方の解を求める過程で、「翻法」を用いる事を明記した数学書である<sup>4</sup>。また、「捷法<sup>5</sup>」(迅速な計算法)についても、珠算の先駆的な業績もある。

本稿では、単純でありながら、近年までなぜ高次方程式(正確には二次方程式)が数学史研究者に取り上げられなかったかを考察してみたい。

### 2 『楊輝算法』関孝和種本説

関孝和の数学上の業績は、『楊輝算法』によるものだとする説は根強い。「この書(『童介抄』)で、孝和は奈良のお寺に楊輝算法が所蔵されているのを知った。急いで奈良に行って写しとって帰ったこれによって孝和の学力は急に向上したと言う<sup>6</sup>」といった類である。これは、関孝和が奈良で数学書を写し取り、後年、それを焼き捨てたという伝説<sup>7</sup>と関孝和が『楊輝算法』を写したとされること

<sup>1</sup> 「現実に関(孝和,1640ごろ-1708)が写した本は存在し、それは『楊輝算法』のことであることが判明している」(三上義夫、佐々木力、1999:248。

<sup>2</sup> 『楊輝算法』には、4次、5次といった高次方程式は述べられていない。しかし、中国では伝統的に、ホーナーの方法(Horner, 1819)に似た方法で解いている。微分は使わず、模型やパスカルの三角形(賈憲の三角形)を使って係数を求めている。したがって、4次と5次の区別はほとんどなく、3次と4次が大きな違いになっている。『楊輝算法』では、賈憲の三角形を紹介しているので、高次方程式と表現した。

<sup>3</sup> 先行研究をまとめているものに城地茂,1999があるので参照されたい。

<sup>4</sup> 城地茂,1991、城地茂,1995参照。

<sup>5</sup> 例えば、0.125を掛ける代わりに8で割る方法である。

<sup>6</sup> 平山諦、1993:167-168。

<sup>7</sup> 齊東野人、『武林隱見記』(1738年)「関新介算術に妙有事」による(日本学士院、1954;1979,2:142)。

を強引に結びつけたものである。

しかし、『童介抄』(野沢定長、1664年)の刊行は時期的に合わない。富山県高樹文庫に現存する写本には1661年<sup>8</sup>に写したとあるが、これより早くなってしまう。

また、1673年<sup>9</sup>とすると、数学が日進月歩の当時、十年も昔の数学書よったことになる。第一に、『楊輝算法』の内容は、方陣の部分が『算法統宗』の水準を越えているほかは、基本的に後者の域を出るものはない。和算家は、『楊輝算法』によらなくても、中国数学を吸収できるのである。李氏朝鮮で、入門書として使っていた<sup>10</sup>ことから見ても分かるように、入門書である。関孝和が写すにすれば、1661年でも20歳程度で決して早いものではない。まして、1673年では30歳以上になり、到底、この年齢の学者が学習するものではない。中国数学を超えた和算の誕生を告げる『発微算法』(1674年)を著す1年前の学習とするのは無理である。

### 3 方程式の解法 翻法

ここで、『楊輝算法』の内容を見てみよう。これには、2次方程式の解が2つ求められることが示されている。

$$\text{方程式 } (x - \quad)(x - \quad) = S \quad > \quad > 0$$

を解く場合、従来のように面積を削ってゆく方法では、小さい方の解 だけしか求めることは出来ない。大きい方の解 を「商」に立てると、「実」が一時的に正負の符号が変わってしまうのである。唐までの数学では、「実」を面積(2次方程式)や体積(3次方程式)と考えている。このような負の面積というものはないし、「翻(積)法」のように一時的に負数になるという事は、考えられない。

しかし、代数的に考えれば、「実」の符号を一時的に負にしても、あるいは最初から負数にしても何ら不都合はないのである。

『田畝比類乗除捷法』巻下第13題の問題は、

$$-x^2 + 60x = 860$$

を解くものである。その解き方は、

草に日く。積を置きて実と為し、六十歩を以て従方と為し、一算を置き負隅と為す(図1)。

実の上に商、長さ三十歩を置き、負隅と命じ、従三十を減ず(図2)。

上商を以て余る従に命じ、合ず。積九百を除く。而れども積及ばず。乃ち翻法と命じ、商数の下、積数の上に置く。合わせて積九百より反りて元積八百六十四を減じ、余り正積(「実」を負数から始めているのでこのように表現している)三十六とす(図3)。

上商を以て負隅と命じ、従三十を減ぜば尽きる。負隅を二退す(図4)。

<sup>8</sup> 最終葉に寛文辛丑(元年)とある。

<sup>9</sup> 故藪内清名誉教授の蔵書に寛文癸丑(13年)とあるという(平山諦、1993:202)。

<sup>10</sup> 『算学啓蒙』とともに教科書になっている。啓蒙の名で分かるように、これらは入門書である。

又、上商長さ六歩を負隅に命じ、六を負方<sup>11</sup>に置く (図5)。

以下、複た上商と命じ実を除かば尽きる。長さ三十六歩を得、問に合ふ (図6)。

というものである。

これを文意どおり並べてみると、

|         |      |      |      |      |      |      |
|---------|------|------|------|------|------|------|
| 「商」     |      | 3    | 3    | 36   | 36   | 36   |
| 「実」     | 864  | 864  | 36   | 36   | 36   | 0    |
| 「方法」    | 60   | 30   | 30   | 0    | -6   | -12  |
| 「隅(借算)」 | -1   | -1   | -1   | -1   | -1   | -1   |
|         |      |      |      |      |      |      |
|         | +    | +    |      |      |      |      |
|         | (図1) | (図2) | (図3) | (図4) | (図5) | (図6) |

1) 題意のように数値を並べ、「隅」を2桁、「法」を1桁進ませる。

2) 十位の「商」を3として、「法」から引く。

3) 残った「法」と「商」を掛けて900となり、「実」から引く。このとき、「実」の符号が変わっている。

4) 「法」からもう一度「商」×「隅」を引き0になる。「隅」を2桁(「法」を1桁)退ける。

5) 個位の「商」を6として2)と同様にする。

となる。

この方法を楊輝は「翻積法」と言っている。面積を翻すという意味である。楊輝以前にも「実」の符号が変わる例が知られていたが、解が複数求まることを明示したのは楊輝が最初である。こうして、先に大きい方の解でも小さい方の解でも任意に求めることができるようになったのである。

「実」は面積の意味であり、『九章算術』(A.D.25年ごろ)などでは、正数から計算を始めているが、宋代になると、「実」が面積であるという考え方は希薄になっている。他の項と同様の扱いで、0次の項と捉えている。したがって、楊輝も「実」を負で始めて、途中で正に翻している。ここにも、幾何的発想ではなく、代数的発想を見ることができる。

このように、『楊輝算法』の方法は、和算の中心課題とも言える方程式の解法であるから、和算に多大な影響を与えたはずである。

ところが、三上義夫は、「支那の天元術においては、方程式の一根のみを採り、二根以上に注意することはなかった<sup>12</sup>」と述べており、これは極めて不可解である。

### 3. 『楊輝算法』の版本と三上の関係

<sup>11</sup>各本は「負積」となっているが、ここは、1次の項なので、今、「負方」に改める。

<sup>12</sup> 三上義夫、1947;1999:65。

それでは、三上の認識していた「楊輝算法」には、『田畝比類乗除捷法』が無かったのだろうか？

『楊輝算法』には、清代の版本で言うと、宜稼堂叢書本(1842年)と知不足齋叢書(1814年)に大別できる。このうち、前者は、『続古摘奇算法』第1巻以外の全てがあり、後者は、その収録されていない1巻の一部と、第2巻の一部が収録されている<sup>13</sup>。そうすると、三上が読んだ『楊輝算法』は、知不足齋叢書の系列だった事になる。

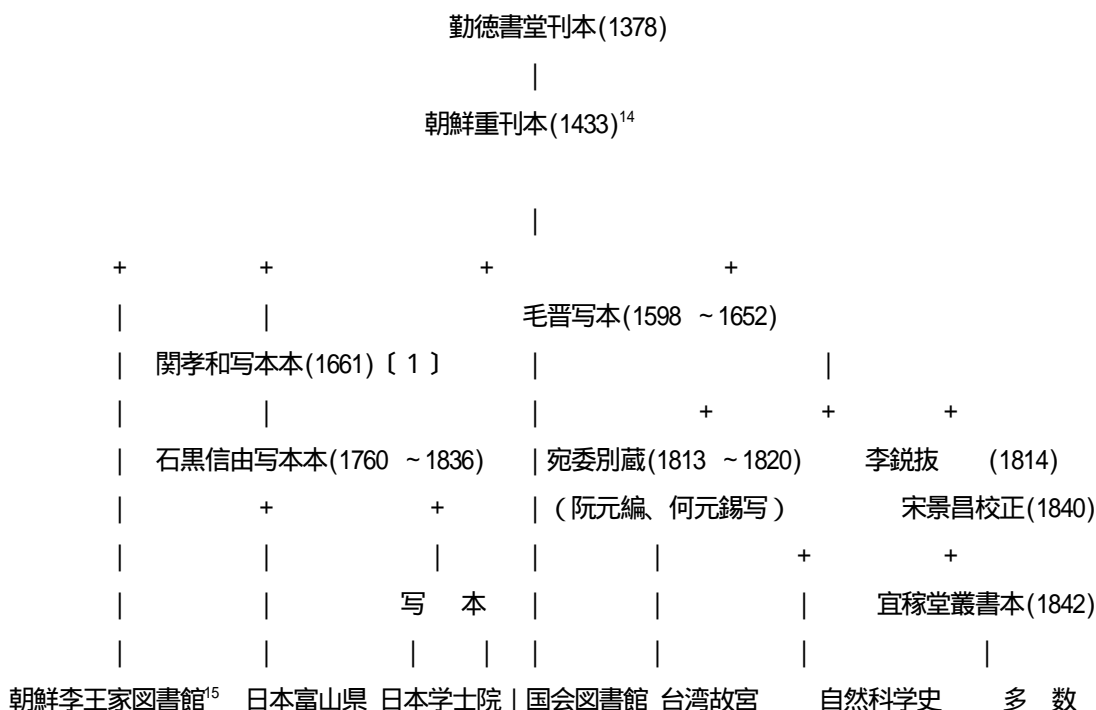
しかし、『楊輝算法』の現存するすべての版本、写本を調査すると、以下のようなになる。

### 『楊輝算法』の版本流布情況

#### 原本

- 『乗除通变算宝』(『乗除通变本末』『乗除通变算宝』『法算取用本末』)(1274)
- 『田畝比類乗除捷法』(1275)
- 『続古摘奇算法』(1275)

#### 1) 勤徳書堂刊本系統(朝鮮版本)



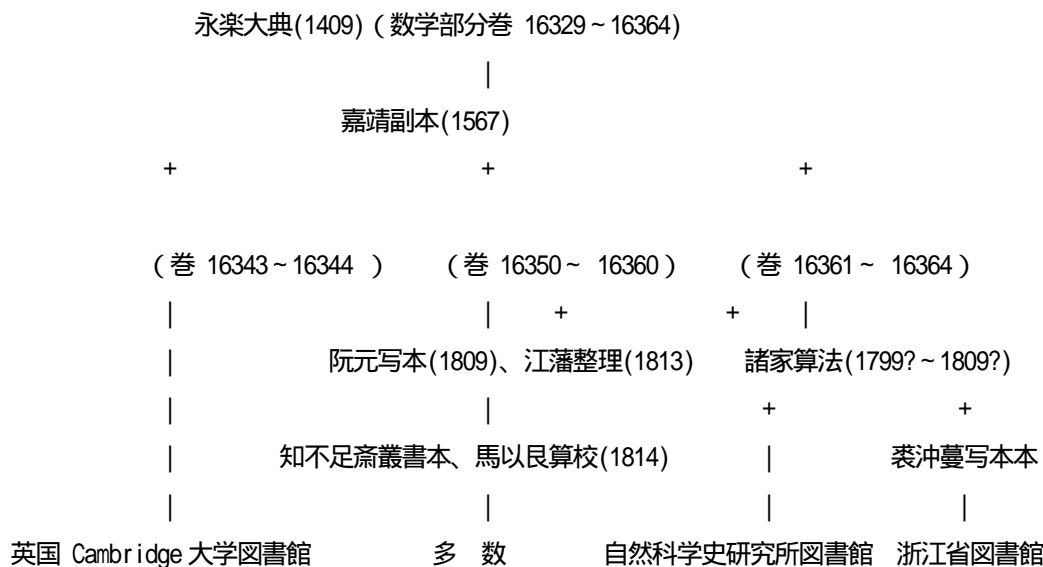
<sup>13</sup> 毛晋(1598 ~ 1652)の写本(宜稼堂叢書の底本となったもの)が、現在、国立国会図書館静嘉堂文庫に現存している。これには、『続古摘奇算法』前巻がすでに失われているが、残った下巻には、「下巻」の部分が白く塗りつぶされ、あたかも1冊しかなかったようにされている。これは、当該部分が方陣を扱った部分であり、方陣を数学として認めなくなった清代(城地茂、1999 参照)に故意に隠滅された可能性が高い。

<sup>14</sup> 100部印刷、銅活版。

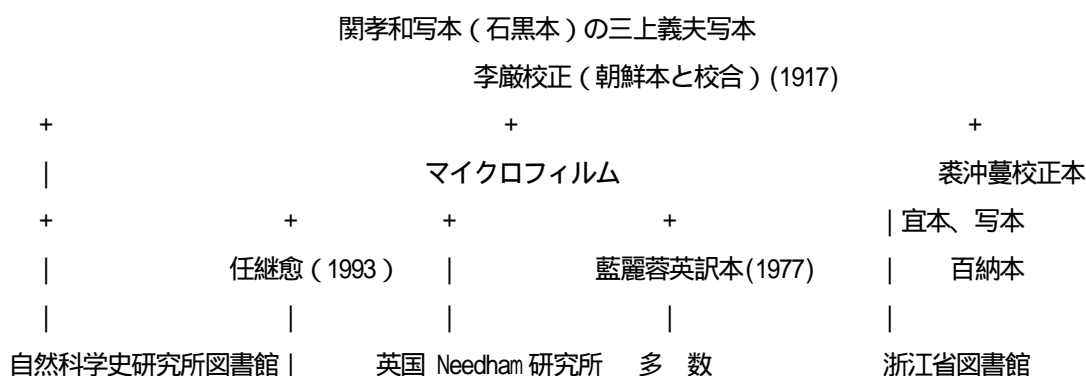
<sup>15</sup> 平山諦の調査による

|                       |      |             |        |
|-----------------------|------|-------------|--------|
| 尊経閣文庫                 | 高樹文庫 | 静嘉堂文庫 博物院   | 研究所図書館 |
| 国立公文書館 <sup>16</sup>  |      | 支部          |        |
| 筑波大学図書館 (2部)          |      | 自然科学史       |        |
| 日本宮内庁書陵部              |      | 研究所図書館 (3へ) |        |
| 台湾故宫博物院 <sup>17</sup> |      |             |        |

2) 永楽大典系統 (『続古摘奇算法』の一部)



3) 20世紀以降



4) 主要影印本、復刻本

| 原典        | 出版年  | 出版社                      |
|-----------|------|--------------------------|
| 朝鮮本 (筑波本) | 1966 | 児玉明人(1966) <sup>18</sup> |
|           | 1994 | 靖玉樹 (1994)               |

<sup>16</sup> 1966年の調査で亡失。

<sup>17</sup> 元、北京図書館蔵書。

<sup>18</sup> 児玉明人、1966. 『十五世紀の朝鮮刊銅活字版数学書』、自家出版、300部印刷。

|            |        |                            |
|------------|--------|----------------------------|
| 知不足齋叢書本    | 1882   | 嶺南芸林仙館刊本 (台湾・国家図書館蔵書)      |
|            | 1921   | 上海古書流通処                    |
|            | 1965 - | 百部叢書集成 (芸文印書館)             |
|            |        | 『続古摘奇算法』は目次にあるが本文未収録       |
|            | 1980   | (日本京都)中文出版社 (古書流通処本を準拠)    |
| 宜稼堂叢書 1842 | 1936   | 商務印書館 (叢書集成初編本、活字本)        |
|            | 1965 - | 百部叢書集成 (芸文印書館)             |
|            | 1993   | 任継愈 (1993) (河南教育出版社) (3)参照 |
| 宛委別蔵 1813  | 1935   | 上海商務印書館 (線装本)              |
|            | 1981   | 台湾商務印書館                    |
| 永楽大典 1409  | 1959 ~ | 中華書局                       |

上記の図にあるように、三上は、中国では散逸してしまった『続古摘奇算法』の第1巻を写本し、を李儼に送っている<sup>19</sup>。したがって、全巻そろっている関孝和 (1642? -1708) の写本<sup>20</sup>を手にしたわけであり、『楊輝算法』の全貌を中国の数学史研究者より先に、少なくとも1917年までには、とらえていたことになる。

#### 4. 三上の考えていた天元術

上述のように1947年初版の『文化史上より見たる日本の数学』で、「支那の天元術においては、方程式の一根のみを採り、二根以上に注意することはなかった<sup>21</sup>」と述べている。

しかも、「翻法」は、『楊輝算法』だけではなく、『算法統宗』にも載っており<sup>22</sup>『楊輝算法』で直接導入しなくても、和算家は、『算法統宗』を通じて学習できるものである。当然、現代数学史家もそれが分かるはずである。

そうすると、三上は、『楊輝算法』の残りの6冊をほとんど読むことなく、しかも、三上が読んでいた『算法統宗』には、「翻法」がないということになる<sup>23</sup>。もちろん、このような仮定も成り立つが、もっと、現実的な解釈をしてみよう。

三上は、「天元術では」と限定していることに注目したい。天元術を「高次方程式を立てるまでの手法」と考えてはどうだろうか。立てた方程式を「解く」のは、中国では「正負開方術」(秦九韶の用語)であって、「天元術」とは異なる扱いである<sup>24</sup>。和算でも関孝和は、『開方算式』(1685)として、独立した著作をしており、天元術とは別立てである。

<sup>19</sup> これは、現在中国科学院自然科学史研究所に所蔵されており、任継愈 (他編) 1993. 影印本を見ることができる。

<sup>20</sup> 正確には、石黒信由(1760 ~ 1836)による再写本の再々写本である。

<sup>21</sup> 三上義夫、1999:65。

<sup>22</sup> 『算法統宗』巻6「少広四章」に「減縦翻法図」がある。

<sup>23</sup> 梅穀 (のぎへんが王) 成(1681-1763)編『増刪算法統宗』(1757)4冊では省略されている。

<sup>24</sup> 天元術を最初に述べた李冶は、まったく解法には触れておらず、秦九韶は天元術をまったく使っていないので、当然、別のもので考えられる。城地茂 (1996) 参照

確かに、近代の数学史家では、「天元術ト八天元ノ一ヲ立テテ問ウ所ノ数トシ、与エラレタ条件ニヨツテ方程式ヲ立テ、之ヲ或方法デ解クコトデアル<sup>25</sup>」と一連のものと考えることが多い。しかし、中国でもこの二つは独立して発明されたものであり、一つと考えるのは不自然である。

もし、天元術と開方術を別のものと三上が考えているなら先に考えたように、三上が史実を誤解したのではなく、「天元術(の問題を出題するとき)においては、方程式の一根のみを採り、二根以上に注意(して問題を作ったり)することはなかった」と好意的に解釈する余地も残されている。

天元術が盛んだったのは、一般に李冶や朱世傑に代表される北中国であり、南中国では、楊輝や程大位のように開方術に重点がおかれている。数理文化として、天元術の盛んだった、言い換えれば算木が盛んだった地域では、二つの解に対して注意されていなかったという意味だとの推測もできる。

三上がどのように考えていたかはともかく、中国でも二つの解を導くことはあり、それは『楊輝算法』であった。これは、現存する東アジアの数学書では最古のものであるのは、事実である。また、日中の数学者は、少なくとも江戸時代までは、天元術と開方術を一連のものと考えていたとは思えず、三上もそれと同じ考えを持っていたのではないだろうか。

## 参考文献

- Horner, W. G. 1819. "A New Method of Solving Numerical Equations of All Orders, by Continuous approximation". *Philosophical Transactions of the Royal Society* 109: 308-335.
- 遠藤利貞. 1918; 1960. 『増修日本数学史』、東京: 恒星社厚生閣。
- 三上義夫. 1912. *The Development of Mathematics in China and Japan*. Chelsea Publishing Co.
- 三上義夫. 1932-34. 「関孝和の業績と京坂の算家並びに支那の算法との関係及び比較」『東洋学報』20: 217-249, 20: 543-566, 21: 45-65, 21: 352-372, 21: 557-575, 22: 54-99、再掲『数学史研究』22: 1-51, 23: 53-109. 1964年。
- 三上義夫. 1947; 1984; 1999. 『文化史上より見たる日本の数学』、東京: 創元社. 2版 恒星社厚生閣. 3版 岩波書店(岩波文庫青 N101-4)。
- 李儼. 1925. 「中算輸入日本の経過」(『東方雑誌』1925-48、『中算史論叢』vol.1:349-362所収)
- 李儼. 1928. 「永楽大典算書」(『図書館学季刊』1928-2、『中算史論叢』vol.2:83-92所収)
- 李儼. 1930. 「宋楊輝算書考」(『図書館学季刊』1930-4、『中算史論叢』vol.2:93-120所収)
- 李儼. 1937. 『中国算学史』、上海: 商務印書館。
- 李儼. 1954-55. 『中算史論叢』5巻、北京: 中国科学院出版。
- 銭宝琮. 1932; 1979. 『中国算学史』、北京: 北平京華印書局、台北: 九章出版社。
- 銭宝琮. 1964. 『中国数学史』、北京: 科学出版社。
- 銭宝琮. 1966; 1985. 『宋元数学史論文集』、北京: 科学出版社。

<sup>25</sup> :加藤平左衛門(1956-)方程式論:1。

- 小倉金之助. 1935-1948. 『数学史研究』. 2巻. 東京:岩波書店。
- 藪内清 (編). 1944. 『支那数学史』. 京都:山口書店。
- 藪内清 (編). 1963. 『中国中世科学技術史の研究』. 東京:角川書店。
- 藪内清 (編). 1967. 『宋元時代の科学技術史』. 京都:京都大学人文科学研究所。
- 藪内清 (編). 1970. 『明清時代の科学技術史』. 京都:京都大学人文科学研究所。
- 藪内清 (編). 1980. 『中国天文学・数学集』. 東京:朝日出版社。
- Needham, J. 1954 -. Science and Civilization in China. (7 vols. project). Cambridge: Cambridge University Press.
- 日本学士院 (編) (藤原松三郎) 1954; 1979. 『明治前日本数学史』 5巻. 東京:岩波書店、野間科学医学研究資料館。
- 加藤平左衛門 1956-64. 『和算ノ研究』. 5巻. 東京:日本学術振興会. 「雑論」3巻 1956. 「方程式論」1957. 「整数論」1964.
- 平山諦. 1959. 『関孝和』. 東京:恒星社厚生閣。
- 平山諦. 1980. 『円周率の歴史』. 大阪:大阪教育出版。
- 平山諦. 1993. 『和算の誕生』. 東京:恒星社厚生閣。
- 平山 諦・阿部楽方. 1983. 『方陣の研究』. 大阪:大阪教育出版。
- 下平和夫. 1965-1970. 『和算の歴史』上・下. 東京:富士短期大学出版部。
- 下平和夫. 1988. 「和算史についての研究」『科学史研究』1988-2: 65-74.
- 嚴敦傑. 1966; 1985. 「宋楊輝算書考」錢宝琮 (他編)『宋元数学史論文集』北京:科学出版社: 149-165.
- 嚴敦傑. 1987. 「拔重新發現之『永樂大典』算書」『自然科学史研究』1987-1: 1-19.
- 児玉明人. 1966. 『十五世紀の朝鮮刊銅活字版数学書』. 自家版。
- 神田茂. 1968. 「元和版の龍谷大学本「算用記」—日本で一番古い刊本和算書」『数学史研究』36: 48-54.
- 阿部楽方. 1976. 「楊輝算法の方陣」『数学史研究』70:11-32.
- Lam Lay Yong (藍麗容). 1977. A Critical Study Yang Hui Suan Fa. Singapore University Press.
- 大矢真一. 1980. 『和算以前』. 東京:中央公論社 (中公新書 577).
- 呉文俊 (編). 1982. 『「九章算術」与劉徽』. 北京:北京師範大学出版社。
- 呉文俊 (編). 1985 -. 『中国数学史論文集』. 3巻. 濟南:山東教育出版社。
- 呉文俊 (編). 1987. 『秦九韶与「数書九章」』. 北京:北京師範大学出版社。
- 呉文俊 (他編). 1993. 『劉徽研究』. 西安:陝西人民教育出版社、台北:九章出版社。
- 李迪. 1984. 『中国数学史簡編』. 瀋陽:遼寧人民出版社。
- 杜石然 (他編). 1985. 『中国科学技術史稿』上・下. 北京:科学出版社。
- 中外数学簡史編写組 (編). 1986. 『中国数学史簡史』. 濟南:山東教育出版社。
- 沈康身. 1987. 「秦九韶大衍總數術与関孝和諸約之術」呉文俊 (編)『秦九韶与「数書九章」』北京師範大学出版社: 285-298.
- 郭書春. 1988. 「賈憲『黄帝九章算經細草』初探 - 『詳解九章算法』結構試析」『自然科学史研究』1988-4: 328-334.

- 張加敏.1988.『南宋楊輝数学成就、影響及其重要意義』、杭州大学修士論文。
- 北京師範大学科学史研究中心(編).1989.『中国科学史講義』、北京:北京師範大学出版社。
- 沈漢備.1989.「日文書籍中有關中国古代科技東伝日本史事」『中国科技史料』1989-1:85-93。
- Martzloff, J. C. 1990 A Survey of Japanese Publications on the History of Japanese Traditional Mathematics(Wasan) from the Last 30 Years. *Historia Mathematica* 17: 366-373.
- 城地 茂.1991.「日中の方程式再考」,『数学史研究』128:26-34.
- 城地 茂.1993. *The Influence of Chinese Mathematical Arts on Seki Kowa*. Ph.D Thesis of University of London.(英語)
- 城地 茂.1995.「東亜高次方程之發展」,『科学史通訊』14:34-43.(中国語)
- 城地 茂.1996.「もうひとつの天元術・大衍求一術」,『数学史研究』148:1-12.
- 城地 茂.1996.「清代抄本『諸家算法』初探」,龍村倪・葉鴻灑(編)『第4届科学史研讨会彙刊』,台北:中央研究院科学史委员会,33-46.(中国語)
- 城地 茂.1997.A Brief Study of Ruan Yuan and His Mathematical Thought.(阮元の数学思想研究),8th ICHSEA 國際東アジア科学史会議, Korea National Seoul University.
- 城地 茂.1999.「江戸時代日本数学家之思想与幻方研究」,張嘉鳳・劉君燦(編)『第五届科学史研讨会論文集』台北:中央研究院科学史委员会:95-138.(中国語)
- 城地 茂.1999.「鶴龜算再考」王瑜生・趙慧芝(編)『第七屆國際中國科学史會議論文集』、大象出版社:205-211.(中国語)
- 城地 茂.1999.「現在史觀の終焉(『文化史上よりみたる日本の数学』書評)」『数学セミナー』vol.30, No.10(457):85.
- 城地 茂.2000.「不定方程式の系譜」,『和算研究所紀要』3:3-21.
- 任繼愈他(編).1993.『中国科学技术典籍通彙』、「数学卷」;5卷、(郭書春他編)鄭州:河南教育出版社.
- 靖玉樹(編).1994.『中國歷代算學集成』、濟南:山東人民出版社。
- 王青翔.1999.『算木を越えた男』、東京:東洋書店。