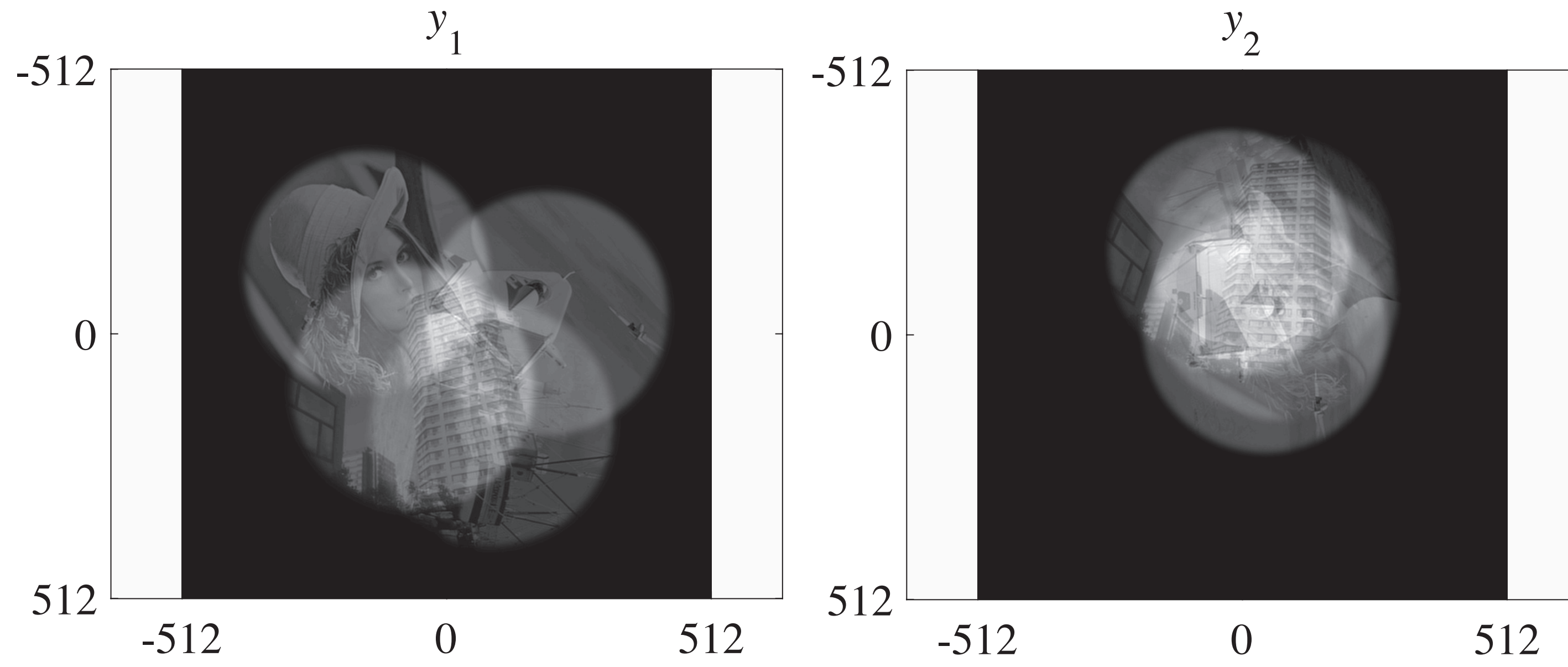


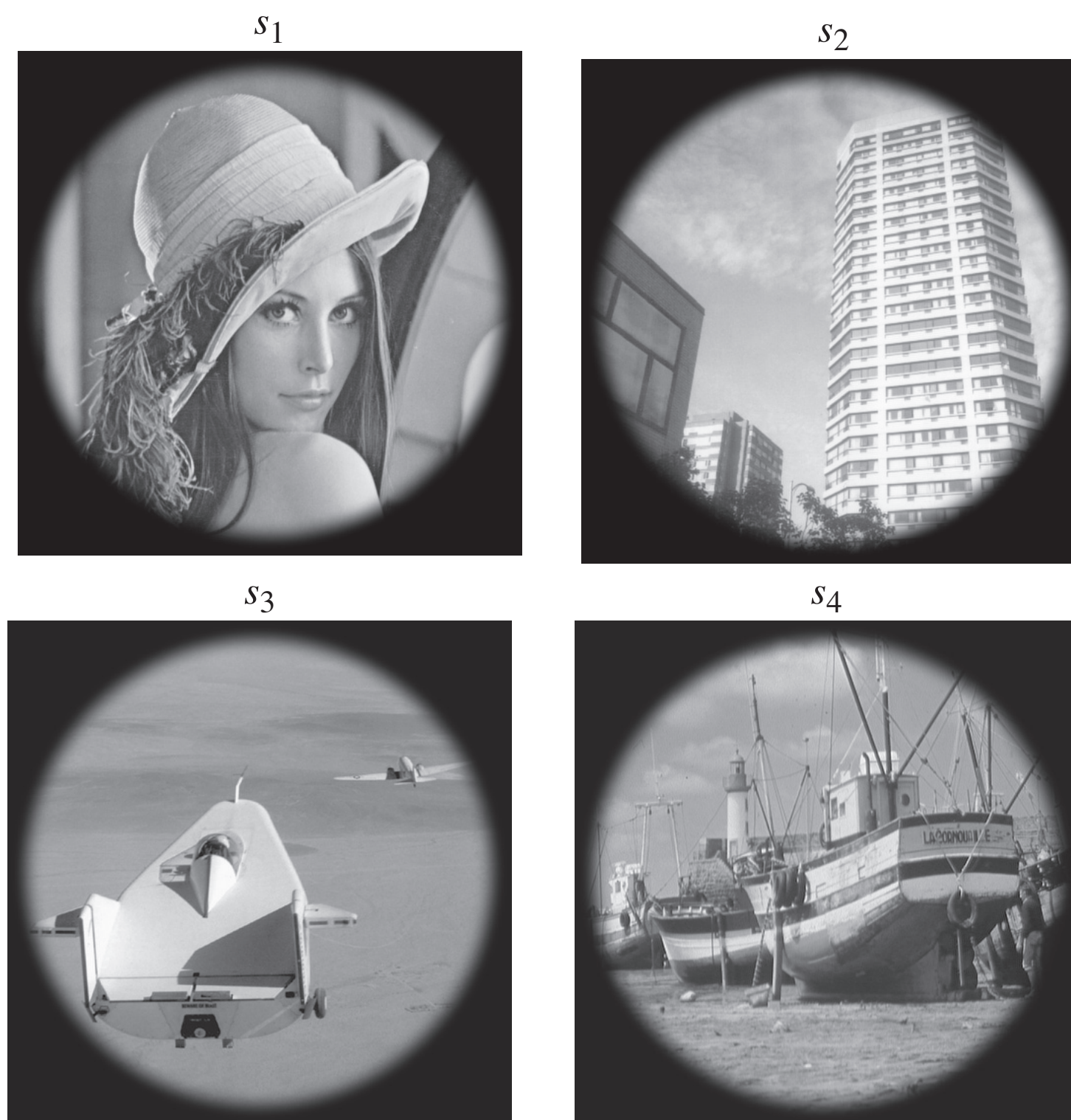
観測画像から回転角度と平行移動量の推定

観測画像



元画像を回転・平行移動し重みをつけて足し合わせる.

元画像



元画像

サイズ：513x513

帯域制限：フーリエ空間で
円形領域切り出し

画像から円形領域切り出し

回転変換に強い画像

画像の回転と平行移動

画像 : $f \in L^2(\mathbb{R}^2)$,
 平行移動 : $\mathcal{T}_c f(x) = f(x - c)$, $c \in \mathbb{R}^2$,
 回転 : $\mathcal{R}_\theta f(x) = f(P_{-\theta}x)$, $\theta \in [0, 360)$ degree,

ここで, $P_\theta = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$

観測画像の作成モデル

元画像 : $s_n \in L^2(\mathbb{R}^2)$, $n = 1, 2, \dots, N$

観測画像 : y_j , $j = 1, 2, \dots, J$

混合モデル

$$y_j = \sum_{n=1}^N a_{j,n} \mathcal{T}_{c_{j,n}} \mathcal{R}_{\theta_{j,n}} s_n$$

観測画像から未知パラメータを推定

未知パラメータ
 元画像の枚数 : N
 平行移動パラメータ : $c_{j,n} \in \mathbb{R}^2$
 回転パラメータ : $\theta_{j,n} \in [0, 360)$
 混合係数 : $a_{j,n} \in \mathbb{R}$

y_1 と $\mathcal{T}_c \mathcal{R}_\theta y_2$ の内積 $F(c, \theta)$ を計算する.

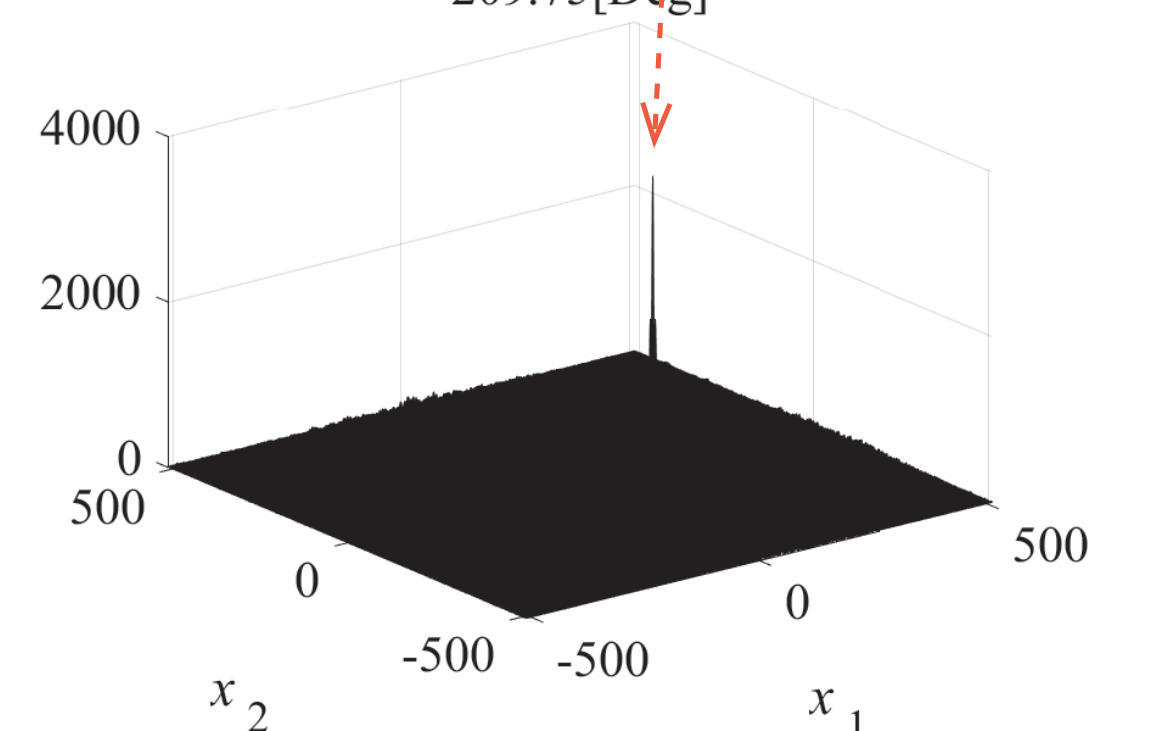
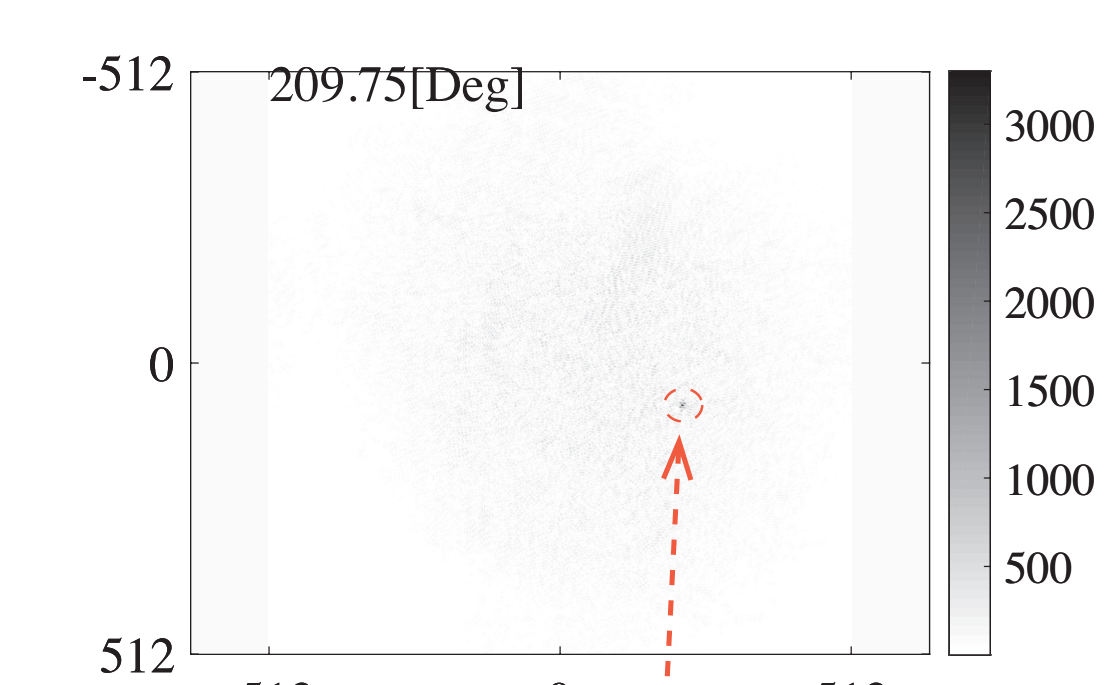
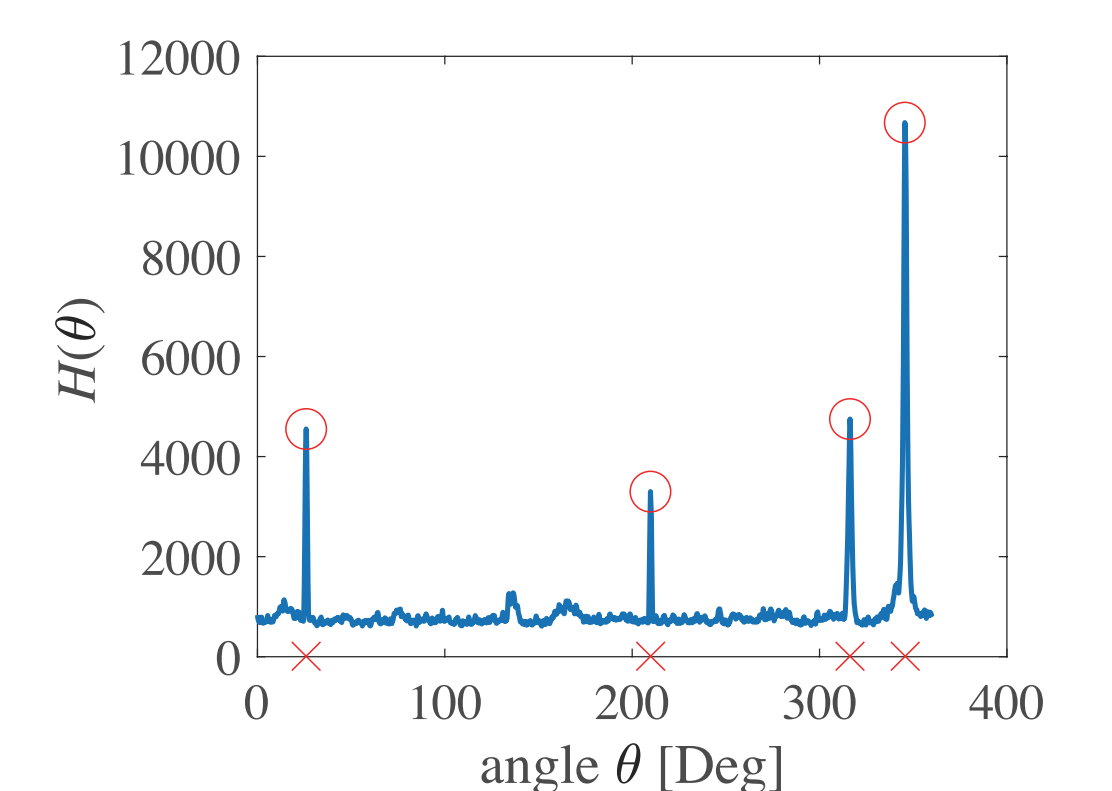
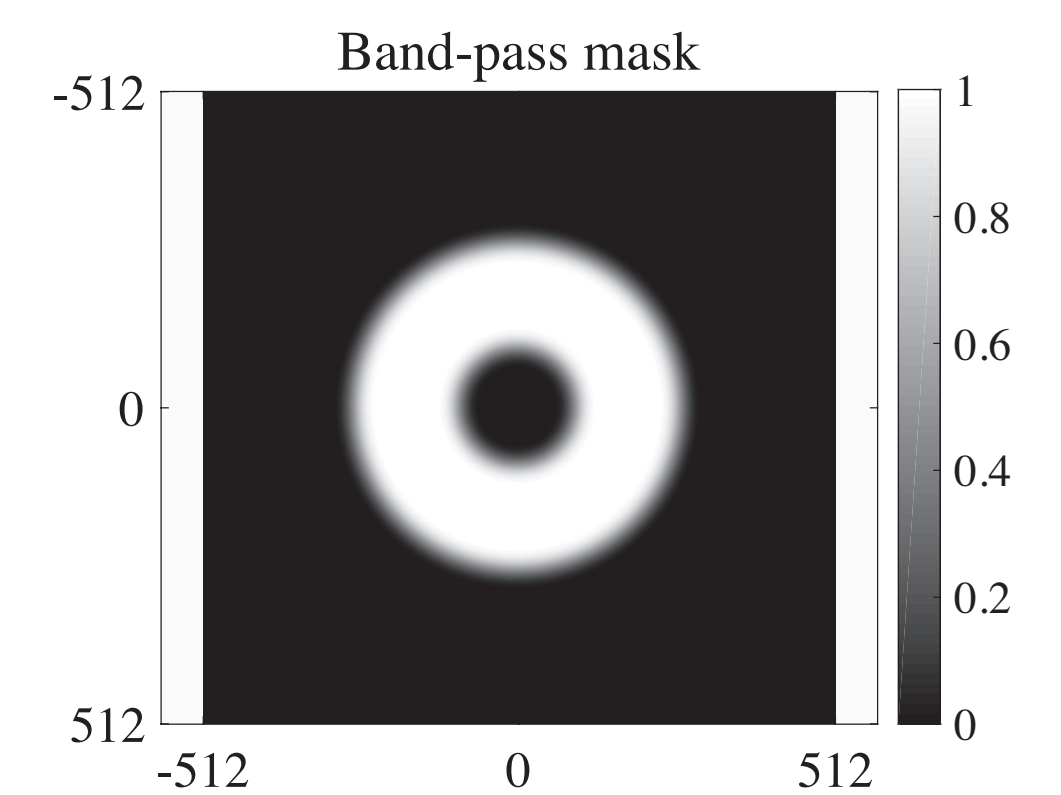
$$F(c, \theta) := \int_{\mathbb{R}^2} \overline{y_1(x)} \mathcal{T}_c \mathcal{R}_\theta y_2(x) dx$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{\mathbb{R}^2} \left[\overline{\hat{y}_1(\xi)} \mathcal{R}_\theta \hat{y}_2(\xi) \right] e^{-ic \cdot \xi} d\xi$$

大括弧 [...] のフーリエ変換

パラメータ推定アルゴリズム (混合係数除く)

- 観測画像 $y_1(x)$, $y_2(x)$ のフーリエ変換 $\hat{y}_1(\xi)$, $\hat{y}_2(\xi)$ を計算する.
- 回転角度 θ を 0 度から 360 度まで適当に分割する.
- 各 θ 毎に, $\hat{y}_2(\xi)$ を θ 度回転する.
- 回転させた $\hat{y}_2(\xi)$, $\overline{\hat{y}_1(\xi)}$, Band-pass mask $\text{BP}(\xi)$ をかけて, フーリエ変換を取り, $F(c, \theta)$ を計算する.
- $F(c, \theta)$ の絶対値の最大値 $H(\theta) = \max_c |F(c, \theta)|$ を回転角度 θ の関数として描く.
- グラフのピークの数が見えれば, ピークを取る角度が相対回転角度の推定値である.
- ピークを取る回転角度 θ_n における $|F(c, \theta_n)|$ を描く. この図のピークを取る座標位置 (真ん中が原点) が相対平行移動量 c_n の推定値である.



参考文献

R. Ashino, S. Kataoka, T. Mandai, and A. Morimoto, Blind image source separations by wavelet analysis, Appl. Anal., Vol. 91 (4), 617 - 644, 2012.

A. Morimoto, R. Ashino, T. Mandai, An Estimation of Rotation And Translation In Image Separation Problem, in the Proceedings of the 2018 International Conference on Wavelet Analysis and Pattern Recognition, Chengdu, China, 15-18 July, 113--118, 2018.