

画像のエッジ抽出について

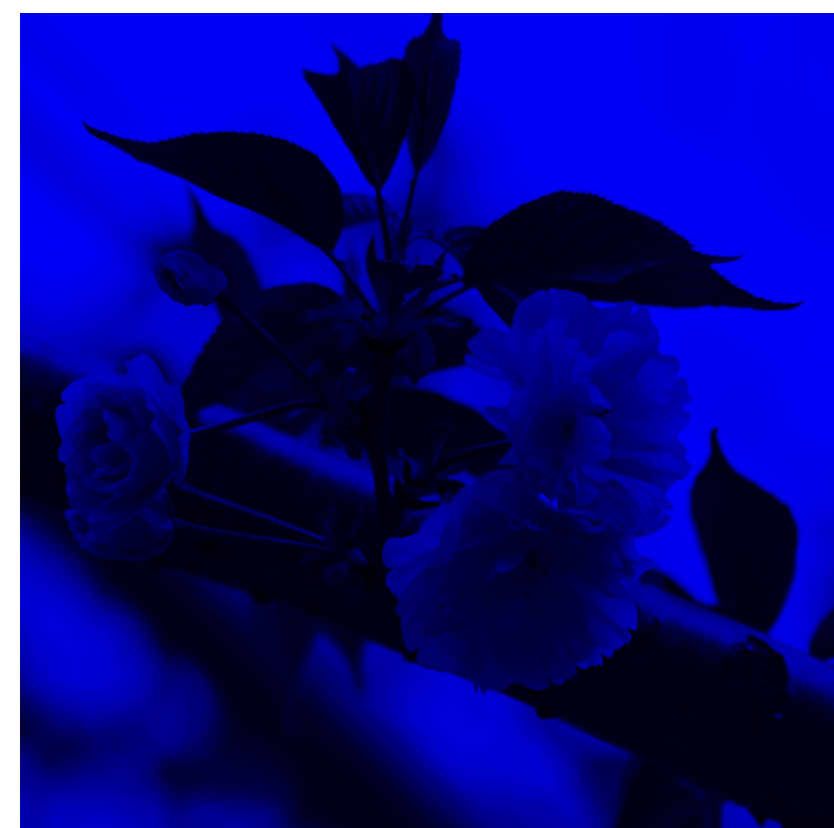
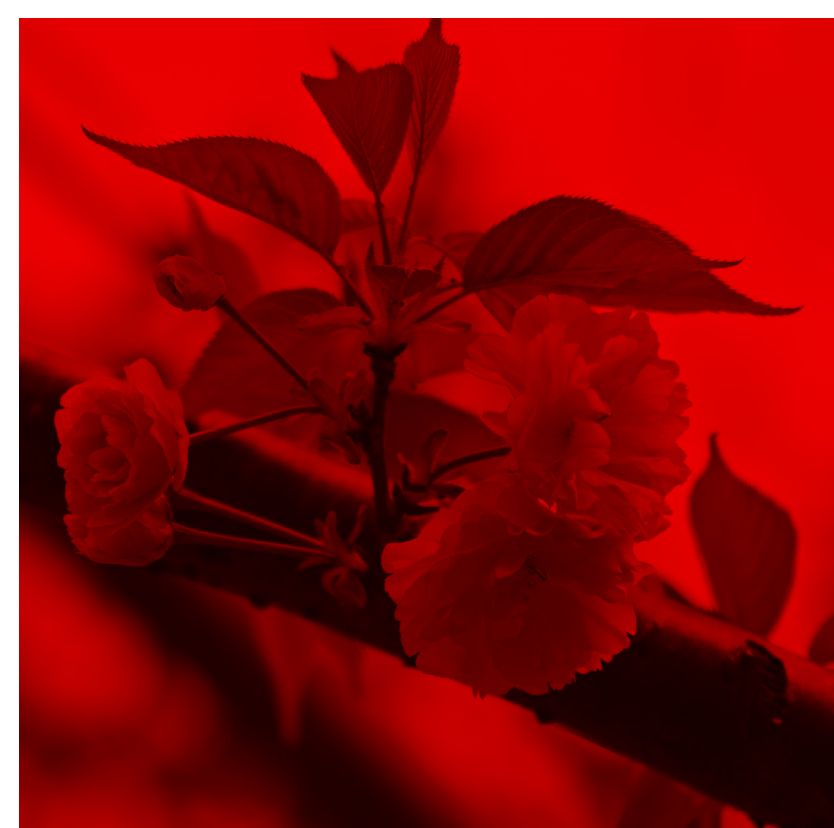
グレースケール化



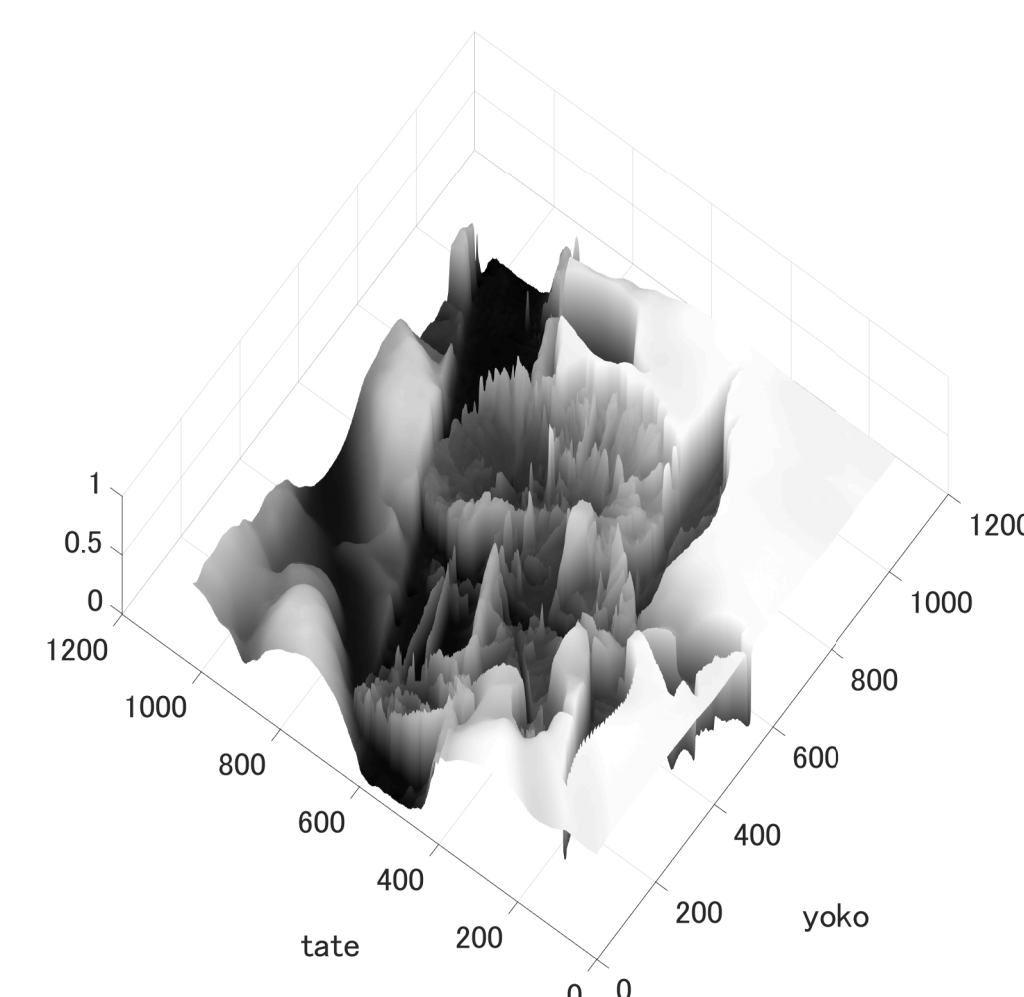
カラー画像は，光の 3 原色
R, G, B で構成されている。



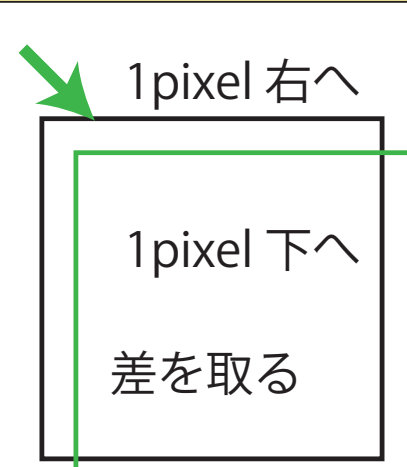
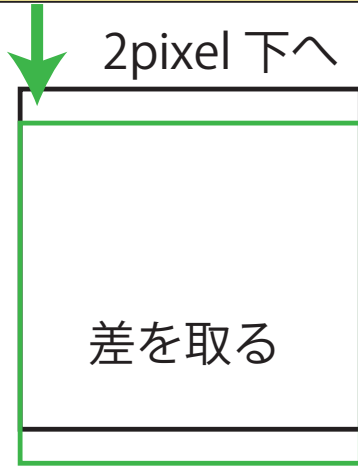
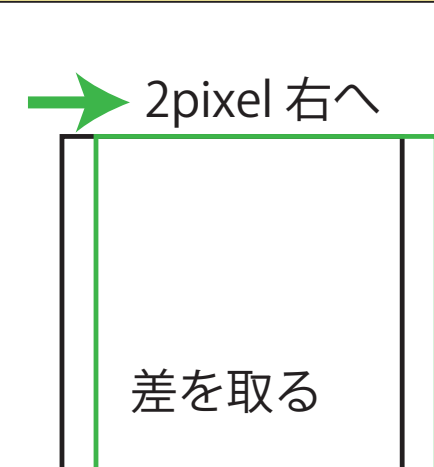
グレースケール化 (輝度 Y)
 $Y = 0.299R + 0.587G + 0.114B$



左図を斜め上から見ると右図になる。
画像は平面メッシュ上の関数である。
メッシュをピクセルとよぶ。



エッジ (画像の輝度が急に变化する部分)



元画像を少し動かして，差を取ると，
動かした方向と垂直なエッジを抽出する。
左図が縦エッジ，中図が横エッジ，右図が斜めエッジに対応する。
縦エッジの 2 乗と横エッジの 2 乗の和の平方根を描くと右図になる。ピントの合っていない左下部分はモヤモヤしている。ネガの絶対値の平方根を log スケールで描いた。

フーリエ変換・逆変換と平行移動・微分

画像 $f(x_1, x_2)$ に対して，フーリエ変換と逆変換を

$$\hat{f}(\xi_1, \xi_2) = \int_{\mathbb{R}^2} f(x_1, x_2) e^{-i(x_1\xi_1 + x_2\xi_2)} dx_1 dx_2$$

$$f(x, y) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{\mathbb{R}^2} \hat{f}(\xi_1, \xi_2) e^{i(x_1\xi_1 + x_2\xi_2)} d\xi_1 d\xi_2$$

で定義する。このとき，平行移動と x_1 方向偏微分は

$$f(x_1 - c_1, x_2 - c_2) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{\mathbb{R}^2} e^{-i(c_1\xi_1 + c_2\xi_2)} \hat{f}(\xi_1, \xi_2) e^{i(x_1\xi_1 + x_2\xi_2)} d\xi_1 d\xi_2$$

$$\frac{\partial}{\partial x_1} f(x_1, x_2) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{\mathbb{R}^2} i\xi_1 \hat{f}(\xi_1, \xi_2) e^{i(x_1\xi_1 + x_2\xi_2)} d\xi_1 d\xi_2$$

である。

フーリエ変換で平行移動とエッジ抽出

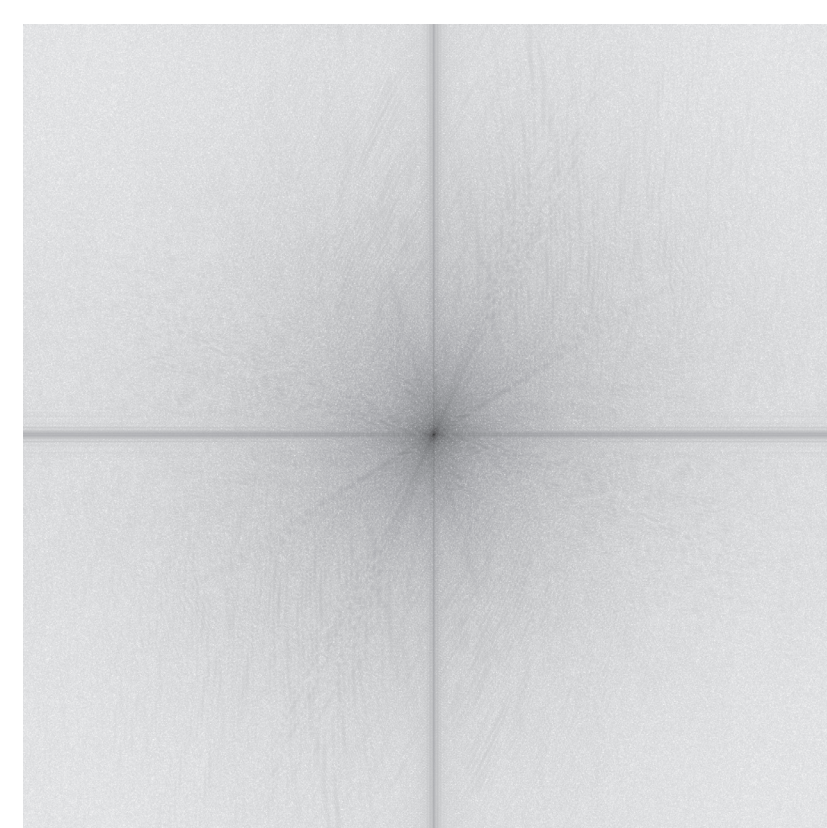
実数 x, y に対して，

$$e^{x+yi} = e^x e^{yi} = e^x (\cos y + i \sin y)$$

フーリエ変換

絶対値 log スケール ネガ

周期的な平行移動になる。
移動単位は実数で良い。



100.3 pixel 上へ
60.2 pixel 右へ



0.6 pixel 右へ
0.8 pixel 下へ
差を取る

下図は，フーリエ変換を使ったエッジ抽出である。周期的な平行移動なので，上辺と底辺，左辺と右辺の値が異なると，人為的なエッジが生まれるため，画像の端で大きい値になる。ネガの絶対値の平方根を log スケールで描いた。



$$1 \text{ 階微分} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{\mathbb{R}^2} \sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2} \hat{f}(\xi_1, \xi_2) e^{i(x_1\xi_1 + x_2\xi_2)} d\xi_1 d\xi_2$$

$$2 \text{ 階微分} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{\mathbb{R}^2} (\xi_1^2 + \xi_2^2) \hat{f}(\xi_1, \xi_2) e^{i(x_1\xi_1 + x_2\xi_2)} d\xi_1 d\xi_2$$

1 階微分の絶対値の平方根

ネガ log スケール

2 階微分の絶対値の平方根

ネガ log スケール

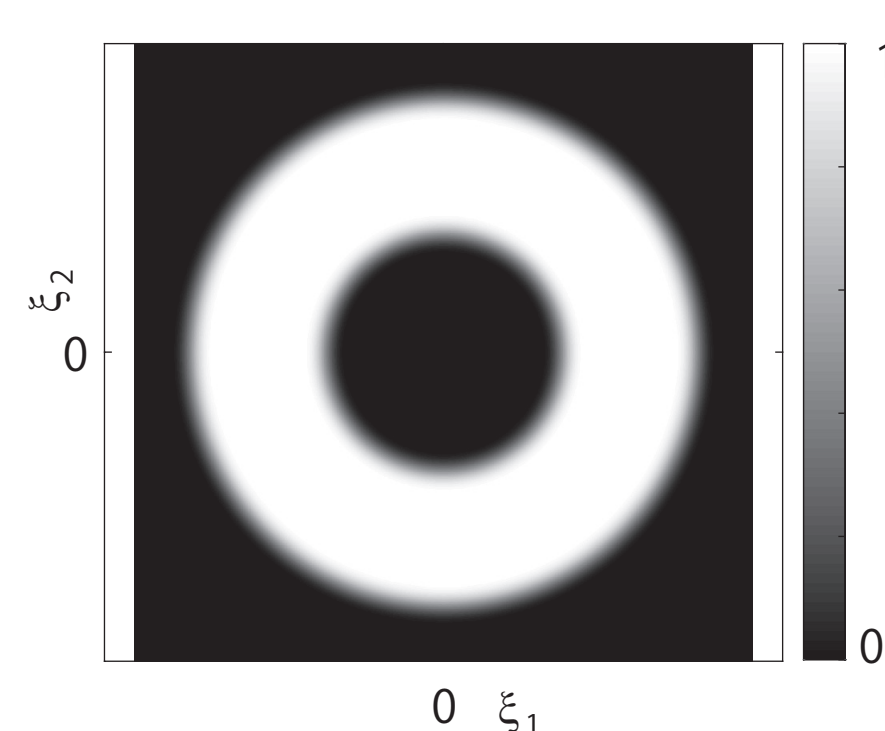


$$\text{バンドパス} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{\mathbb{R}^2} BP(\xi_1, \xi_2) \hat{f}(\xi_1, \xi_2) e^{i(x_1\xi_1 + x_2\xi_2)} d\xi_1 d\xi_2$$

バンドパスの絶対値の平方根，ネガ

BP

log スケール



参考文献

R. Ashino, S. Kataoka, T. Mandai, and A. Morimoto, Blind image source separations by wavelet analysis, Appl. Anal., Vol. 91 (4), 617–644, 2012.

A. Morimoto, R. Ashino, T. Mandai, An Estimation of Rotation And Translation In Image Separation Problem, in the Proceedings of the 2018 International Conference on Wavelet Analysis and Pattern Recognition, Chengdu, China, 15-18 July, 113--118, 2018.