# 情報数学演習　No.7 ―積分の計算―

**問題１．** 次の積分を求めよ．

$$(1) \quad \int_0^t x^{1/3}\,dx \qquad (2) \quad \int_1^t \frac{1}{x}\,dx \qquad (3) \quad \int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx$$

$$(4) \quad \int_2^3 \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx \qquad (5) \quad \int \tan^2 x\,dx \qquad (6) \quad \int \left(x - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 dx$$

$$(7) \quad \int \cos^2 x\,dx \qquad (8) \quad \int \frac{x+1}{\sqrt{x}}\,dx \qquad (9) \quad \int \sin^2 x\,dx$$

**問題２．** 置換積分を実行せよ．

$$(1) \quad \int_0^3 \frac{x}{\sqrt{1+x}}\,dx \qquad (2) \quad \int \sin^4 x \cos x\,dx \qquad (3) \quad \int 2x(x^2+3)^5\,dx$$

$$(4) \quad \int_3^7 \frac{x}{x^2-1}\,dx \qquad (5) \quad \int \frac{e^x}{e^x+5}\,dx \qquad (6) \quad \int_0^4 x\sqrt{2x+1}\,dx$$

$$(7) \quad \int xe^{x^2}\,dx \qquad (8) \quad \int_0^4 x^2\sqrt{x^3+1}\,dx \qquad (9) \quad \int_0^{\pi/4} \tan x\,dx$$

**問題３．** 部分積分法

$$(1) \quad \int_0^1 xe^x\,dx \qquad (2) \quad \int_1^2 \log x\,dx = \int_1^2 (x)' \log x\,dx$$

$$(3) \quad \int_0^\pi x \sin x\,dx \qquad (4) \quad \int x^2 \log x\,dx$$

$$(5) \quad \int_0^1 x^2 e^x\,dx \qquad (6) \quad \int (\log x)^2\,dx = \int (x)' (\log x)^2\,dx$$

**問題４．** $I(x), J(x)$ にたいし部分積分を用いて，次の不定積分を求めよ．

$$I(x) = \int e^x \sin x\,dx, \quad J(x) = \int e^x \cos x\,dx$$

**問題５．** 無理式 $\sqrt{a^2 - x^2}$ を含む場合 $x = a \sin\theta$ と置換する．

$$(1) \quad \int_0^1 \sqrt{4-x^2}\,dx \qquad (2) \quad \int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{2-x^2}}\,dx \qquad (3) \quad \int_1^3 \frac{1}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx$$

$$(4) \quad \int_0^3 \sqrt{9-x^2}\,dx \qquad (5) \quad \int_0^3 \frac{1}{\sqrt{9-x^2}}\,dx \qquad (6) \quad \int_0^3 \frac{x^2}{\sqrt{9-x^2}}\,dx$$

(3) では，$\sqrt{4x-x^2} = \sqrt{2^2 - (x-2)^2}$ であるから，$x - 2 = 2\sin\theta$ と置け．

**問題６．** $(x^2 + a^2)$ を含む場合 $x = a\tan\theta$ と置くと良いかもしれない．

$$(1) \quad \int_0^1 \frac{1}{1+x^2}\,dx \qquad (2) \quad \int_0^{\sqrt{3}} \frac{1}{(x^2+1)^{3/2}}\,dx$$

$$(3) \quad \int_0^2 \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\,dx \qquad 1+x^2 = t \text{ と置け}$$

$$(4) \quad \int_0^{2\sqrt{3}} \frac{1}{4+x^2}\,dx \qquad (5) \quad \int_0^2 \frac{1}{(x^2+4)^{3/2}}\,dx$$

**問題７．** 有理関数（多項式／多項式）の場合，部分分数に分ける

$$(1) \quad \int \frac{x^2+1}{x-1}\,dx \qquad (2) \quad \int \frac{1}{x(x-2)}\,dx$$

$$(3) \quad \int \frac{2x+1}{(x-1)(x+2)}\,dx \qquad (4) \quad \int_1^2 \frac{1}{x^2(x+2)}\,dx$$

$$(5) \quad \int \frac{2}{(x+1)(x+3)}\,dx \qquad (6) \quad \int_1^3 \frac{2x+3}{x^2(x+3)}\,dx$$

**問題８．** 変数変換 $\tan\frac{x}{2} = t$ をすると，

$$\sin x = \frac{2t}{1+t^2}, \qquad \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2},$$
$$\tan x = \frac{2t}{1-t^2}, \qquad dx = \frac{2}{1+t^2}\,dt$$

であることを示せ．

**問題９．** 問題８の変数変換により次の積分を計算せよ．

$$(1) \quad \int \frac{1}{\sin x}\,dx \qquad (2) \quad \int_0^{\pi/2} \frac{1}{1+\sin x + \cos x}\,dx$$

$$(3) \quad \int \frac{1}{\cos x}\,dx \qquad (4) \quad \int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{1+\sin x + \cos x}\,dx$$

**問題１０．** 適当に置換するもの

$$(1) \quad \int_0^{\pi/4} \frac{1}{1+\tan x}\,dx \quad (\tan x = t) \qquad (2) \quad \int_0^4 e^{\sqrt{x}}\,dx \quad (\sqrt{x} = t)$$

$$(3) \quad \int_0^4 \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\,dx \quad (\sqrt{x} = t) \qquad (4) \quad \int_0^1 \frac{1}{1+e^x}\,dx \quad (e^x = t)$$