「学部生の専門数学と算数・数学教育についての
実態と捉え方に関する一考察」

～学部生へのアンケートから～

２００３年度　馬場ゼミ生　有村健二

＜目次＞

はじめに・・・

私は小学校教師になることを目指して、大阪教育大学に入学した。数学科を選んだことに深い意味はなく、ただ数学が得意だったので数学科を受験しただけだった。実際、小学校から高校まで、数学だけは得意科目としての地位を逃したことはなかった。同じように大学でも、数学はよく理解できるものだと安易に考えていたが、実際はそうではなかった。大学で学ぶ数学は、高校までとは違い、抽象的であり、証明することに重きが置かれていて、すべてを理解することは困難であった。そのような大学数学との出会いを通して、またより深く専門数学を学ぶにつれて、一つの疑問が湧いてきた。それは、専門数学を学ぶことが、将来教師になった時にどのように活用されるのかということであった。後述するように、自分の得意な専門数学科目に関しては、自分で自由に数学・数学教育に関する書物を読んでいくことを通して、体得した専門性をどのように教育現場で発揮するかについては、徐々にイメージすることができるようになった。しかし、不得意な専門数学科目に関しては、そこまで到達することはできなかった。そこで、他の学部生は、一体専門数学についてどのように考えているのか知りたくなった。

また、専門数学に関して疑問を感じていたその一方で、免許を取るための必須講義である算数科教育法・数学科教育法などを受けることにより、数学の奥深さや楽しさというものを見直していった。高校までは、問題を解けることが一番大事なことで、数学がどのように考えられて現在に至っているのか、またどのように教えれば理解されやすいのかなどは、考えたこともなかった。そのような中で、教科教育法などの講義によって、数学に対する見方も変わってきて、数学は独自の歴史を持ち、人類の文化の発展に欠かせないものなのだと感じるようになってきた。（今では、そのように感じることのできたひとつの要因として、専門数学を深く学んだことがあったこと

は理解できている。）このように、教育法に関する講義を受けて興味を持ったので、さらに様々なことを知りたくなり、自分で数学・数学教育に関する様々な本を読んで学び、自分なりに数学の面白さというものを追求もしてみた。そのような中、教員採用試験に合格した直後、もう一つの疑問に直面した。来年度から子どもの前に立って授業をしなければならないことが現実的になり、ふとした時に教科書を読み返してみたのだ。すると、今までは問題を解く上で当たり前だと考えていたことが、必ずしも当たり前ではなく、「何故そうなるのか」「何故そう考えるのか」説明が必要なものであることが分かったのだ。しかしその説明が全くできなかった。それは、分数の割り算しかり、負の数の計算しかりである。そこで、なぜ教科指導において基本的なところを教えてもらってなかったのか、という疑問が湧いてきた。考えてみると、今までの講義では数学の歴史や使われ方や教え方など、また数学科教育法で教科指導を少し教えてもらっていたが、肝心の現行の教科指導内容の本質的な部分についてはほとんど指導を受けてこなかった。数学科を卒業するということは、これからは算数・数学のプロとして見られるということである。子どもたちに教える、教えないに関わらずなぜそうなるのかということが、自分で説明できなければいけないはずだ。なのに、そのようなことをほとんど知らないという状況では話にならない。そのような焦りを持ち、急いで教科指導内容に関する本を読み、自分なりに知識を深めた。他の学部生は、一体教科指導内容の本質的な部分について十分な知識を持っているのであろうか。

この手記の目的は、以上二つの疑問に関して、つまり「数学専攻の学部生は、どのように大学数学の講義を捉え、どのくらい教科指導内容の本質的な部分を理解しているのか」に関して、２００３年１月に数学専攻の学部生（１～３回生）に対して行ったアンケート調査結果を検証・考察することにより、現状を浮かびあがらせることである。

第１章　　アンケートを実施するにあたって

（１）調査内容（参考資料１参照）

専門数学に関して・・・

①幾何学、解析学(微分積分学)、代数学の講義の、出席度、理解度、満足度

②専門数学が小・中学校の算数･数学教育で役立つか

算数･数学教育に関して・・・

①算数･数学の代数分野の本質的な理解度

②教科指導内容に沿った講義について

数学全体に関して・・・

①教師になるとして、算数･数学で学んでおきたいこと

②大学数学の講義に関して何かあれば

（２）　調査対象者の内訳

調査対象とした人たちは、大阪教育大学の小学校教員養成課程理数・生活系数学専攻（以下、小学校課程）と、中学校教員養成課程数学専攻（以下、中学校課程）の、１回生（４８名）２回生（２８名）３回生（３７名）の人たちである。小･中課程に関係なく、同じ回生ならば、同じ講義を受けているので、アンケート実施にあたって小･中課程の区別はせず、また男女の比較は目的としていないので、男女の区別もしていない。講義中や講義前後にアンケートを実施したため、回答時間が違ったり、人数にばらつきがあったりするが、比較的講義によく出席している人たちが多い。講義に出席しているということは、大学数学の講義について実感を持って考えられることができ、回生ごとの主たる意見、生の声を聞くことができるだろう。

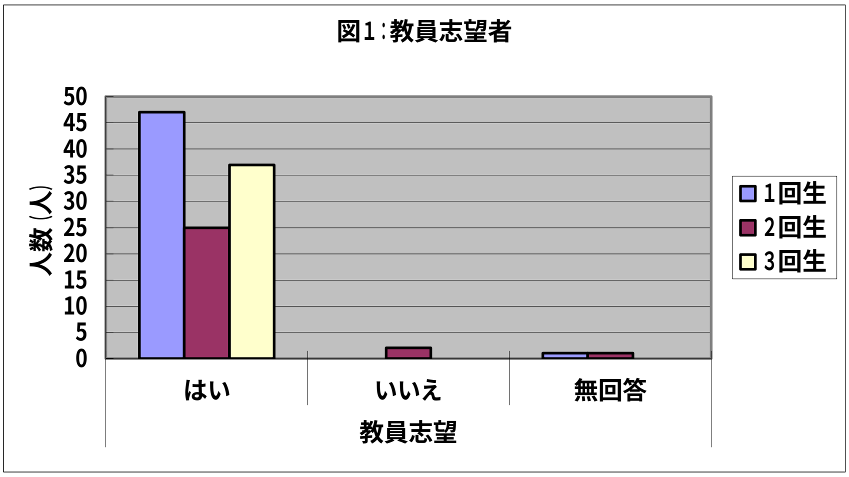
講義によっては、回生が違えば同じ講義名であっても少し違った内容の講義を受けている可能性があるが、数学として学ぶ上での基

礎は変わりないと思われるので、あまりその違いが結果に影響することはないだろう。

（３）　調査対象者内の教員志望者

このアンケートは大学数学の講義について質問するだけでなく、将来教師になることを前提とした質問が数多くある。それらの質問をどれだけ自らの問題として捉え、意欲的に答えられるかは、教師としての将来の自分が想像できていたり、普段から教師の視点でものごとを見ていたりしているかということが大きく関係してくる。

だから、教員志望者がどの程度占めているのかをまず載せておく。

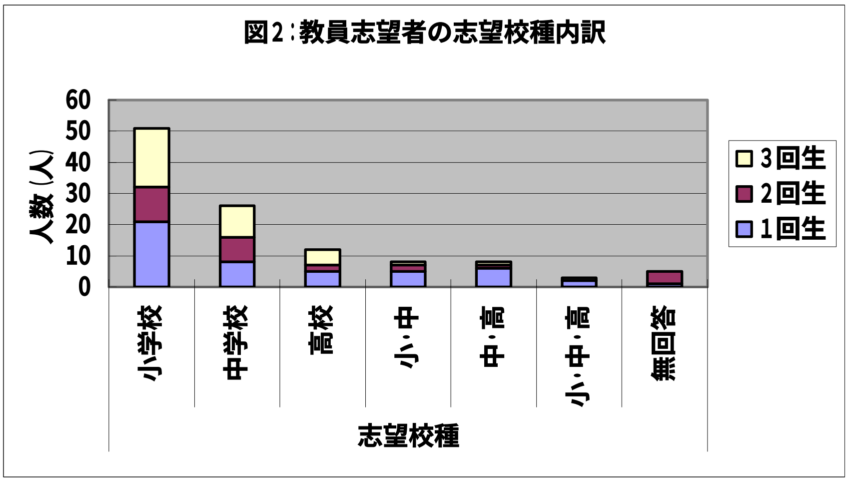


「図１」を見てもらえば一目瞭然だが、１，２回生の１名ずつの無回答者と、２回生の２名の教員不志望者を除いてその他全員が教員志望となっている。これは、さすが教育大学とでも言うべきか、教師に対する意識の高さを物語っているものではないだろうか。アンケートへの意欲の高さが期待される。

また、教員志望といっても様々な校種があるので、教員志望者の志望校種の内訳も見てみる。

「図２」（次ページ）によると、全体的に見ても、回生別に見ても、高校、中学校、小学校の順番で人数が多くなっている。やはり、小学校課程の方が中学校課程よりも専攻人数が多いのが大きな理由だ

ろう。また、小学校課程の人たちは中学校・高校の数学の免許も容易に取ることができ、ほとんどの人が小・中・高の免許を取るが、中学校課程の人たちが小学校の免許を取るのはなかなか大変で、小学校の免許を取ろうとしているのは、一部だと考えられる。一概に、小学校課程の人は小学校を志望し、中学校課程の人は中学校もしくは高校を志望するということにはならないのは、免許の取りやすさにも関係があるだろう。



（注：小・中、中・高、小・中・高、はどれか決めかねていない意味）

続いて回生別に見ると、どのくらい教師としての将来の自分が想像できているのかががよく分かる。

１回生では、小学校・中学校・高校のどの校種にするか決めかねている人の割合が最も多い。これは、大学に入学し、教師になりたいという気持ちはあるが、とりあえず教師という職業に就きたいと考えているだけで、まだまだ明確な教師としての将来の自分を想像できていない人が多いことが理由だろう。

その反面、３回生になると決めかねている人はほとんどいない。３回生も終わりに近い頃なので、教育実習も終わり、そろそろ進路を決めなければいけない時期になってくる。そんな時期に悠長なことは言っていられない。もう教師としての自分が見えているのであ

ろう。

２回生はちょうどその中間といえる。志望校種を決め始めている人もいれば、まだ決めていないという人もいる。

ここで志望校種を決めるには、進路を決めなければいけないという気負いだけではなく、やはりその判断を下すには教育実習が大きく関係しているだろう。教育実習を受けることによって、教師としての自分が現実のものとなり、教師としての立場で子ども達と接することができる。その中で、自分が本当にやりたいことを見つけていくのだろう。教育実習を受けることによって、気持ちがはっきりしたという話はよく耳にする。実際に私も教育実習（小学校と中学校）を受けることによって、小学校教員になりたいと改めて感じ、思いを新たにしたという経験がある。

第２章　学部生の専門数学の実態と捉え方
～学部生へのアンケートより～

（１）教員養成課程における専門数学の講義

大阪教育大学には、教員養成課程の中で数学を専門的に学ぶコースとして、小学校課程と中学校課程の二つがある。その中で学ぶ専門数学としては、１回生で幾何学（前期：距離空間など）、微分積分学（前後期：極限・導関数・テーラーの定理など）、線形代数（前後期：行列・線形空間・固有値など）、代数学（後期：群・剰余類など）、２回生では幾何学（前期：位相空間・連続写像など）、解析学（前後期：複素関数・複素積分・正則関数など）、代数学（前期：群・環・イデアル）、３回生では幾何学（前後期：compact 空間・connected 空間など）、解析学（前後期：関数解析・ヒルベルト空間・線形作用素など）、代数学（前後期：R-加群・体・整数論など）、応用数学（前後期：確率論・微分方程式など）がある。その他には、中学校課程必須講義で、コンピュータ・確率統計の講義もある。

１，２回生ではそれぞれが必須講義となっている。主として、教官が黒板を用いて講義をする形で、学生は聞いて黒板を写すという講義が多い。ただ、２回生には半期で中学校課程必須講義として、それぞれの演習が開かれており、そこでは生徒が予習してきてそれを発表するという、自分なりに考え発表する場所が提供されている。３回生になると選択必須になり、自らの意思によって理解を深めたい講義を受ける。

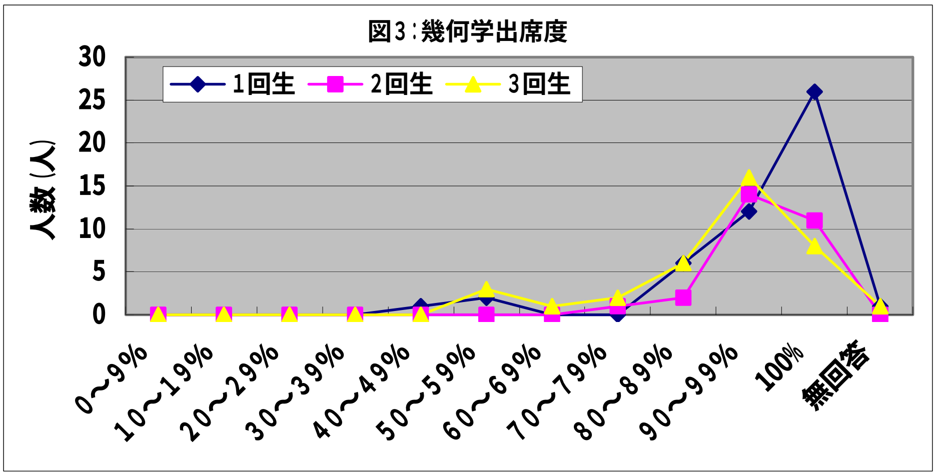
つまり、専攻者全員が専門数学として、幾何学・解析学（微分積分学）・代数学の基礎を学んでいるという状況である。

（２）専門数学（幾何学・解析学・代数学）の実態

専門数学についてアンケートで実施したのは、出席度・理解度・満足度の三項目である。それぞれ記入形式で、０％～１００％までの範囲で今まで受けた専門数学の講義について自分なりに判断してもらった。また、専門数学が小・中学校で役立つかどうか、そう考える理由も含めて記入してもらった。以下で、その結果を考察する。

①幾何学について

まずは、「図３」で出席度の現状を見てみる。



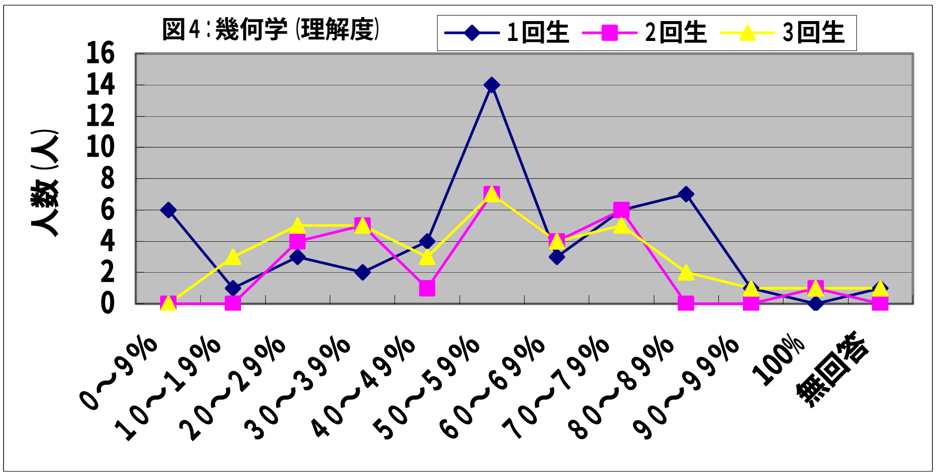
（参考（平均値）：1回生 91.78%、2回生 93.35%、3回生 85.55%）

「図３」を見てもらうと分かるように、どの回生でも出席度はほ

とんどが８０％を越えている。確かに、幾何学のみでなく専門数学の講義というのはどの講義でも、連続して講義に出席していないと理解が進みにくいという面がある。だから、出席度は他の講義に比べて比較的高いはずだ。またそれとは別の理由として、数学の講義の時間などにアンケートを実施したため、やはり、出席度が高い人たちが多くいたということもあるだろう。

１回生で１００％が最も多くなっているのは、入学して１年目ということで、欠席することなく真面目に講義に通っているということか、講義に対する意欲の高さが見られる。２，３回生と学年が上がるにつれて、出席度が下がるのは、大学生活にも慣れ始め、講義にも出席しない人が増えてきているのだろう。そういう面では、講義に対する意欲が減少しているとも取れる。

続いて「図４」で理解度の現状を見てみる。



（参考(平均値)：１回生 **48.59%**、２回生 **49.46%**、**3回生 47.08%**）

全体的に５０～５９％が最も多い。専門数学のそれなりの難しさを考えればそれくらいが妥当かと考えられるが、その中でもそれぞれの回生の特徴が多く見られる。

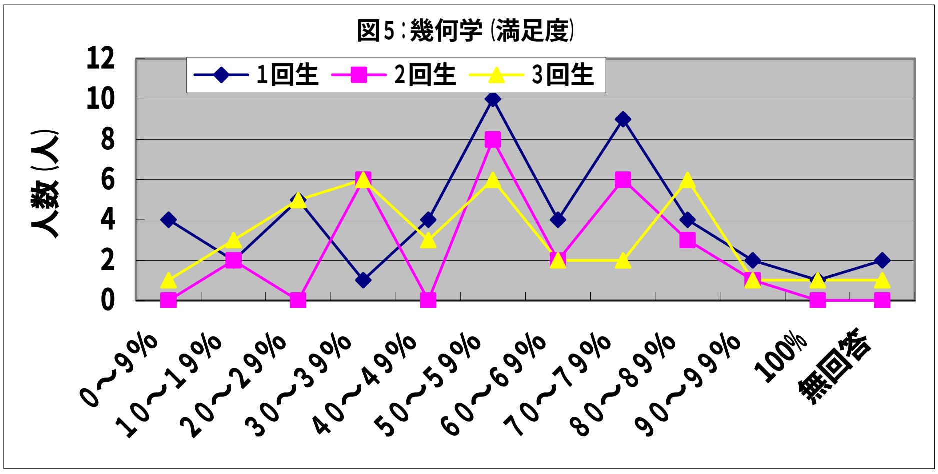
１回生で一番多いのは５０～５９％だが、注目すべきは、０～９％の多さであろう。他の回生が０人なのに対して、６人もいる。１回生と他回生の間で講義内容に変化があるとは考えられないし、これ

だけ理解できていないというのは問題ではないだろうか。（ちなみに、この６人の出席度は４０％１人、５０％１人、９０％１人、１００％３人。つまり、講義に出席していないので理解できないという理由であるとは考えにくい。）しかしその反面、他回生に比べて最も高い理解度を誇るグループもあるのが１回生である。その８０〜８９％に７人いる。単に調査人数が多いからという理由ではなく、割合を考えても明らかに多い。やはり、１回生の講義というのは、幾何学の基礎となるべき部分であって、比較的理解しやすいはずである。そうなると、この二分現象は何を意味しているのであろうか。

２回生でも、１回生ほどではないが二分現象が起こっている。２０〜３９％の比較的理解ができないグループと、５０〜７９％までの比較的理解ができているグループとが存在する。出席はほとんどの人たちが８０％を越している。だから講義に出席しているが、理解ができないという状況なのだろう。確かに、２回生になると１回生の積み重ねがあり、より抽象的にもなるがゆえに理解できる人たちとできない人たちに分かれることはやむを得ないかもしれない。

３回生は、さらに二分現象は和らいできており、理解できている人からできていない人まで平均している。３回生になると幾何学は選択になり、２回生の段階で比較的幾何学を理解できている人たちが講義を受けることになる。そこで難しいと改めて感じた人たちがあり、また理解がさらに深まる人たちがあり、より平均的になったのではないだろうか。幾何学をゼミで取る人たちもいる中で、理解度が８０％を越える人たちが４人というのは少ないのだろうか、多いのだろうか判断しかねる。

続いて「図５」で満足度の現状を見てみる。



（参考（平均値）：１回生 **50%、2回生 52.5%、3回生 46.25%**）

満足度は、理解を伴ってこそ満足するものだと考えられるので、理解度との相関関係がある。（後に示す。）だから、理解度と似たようなグラフ分布になっているのだろう。しかし、詳しく見ると少々違いがある。

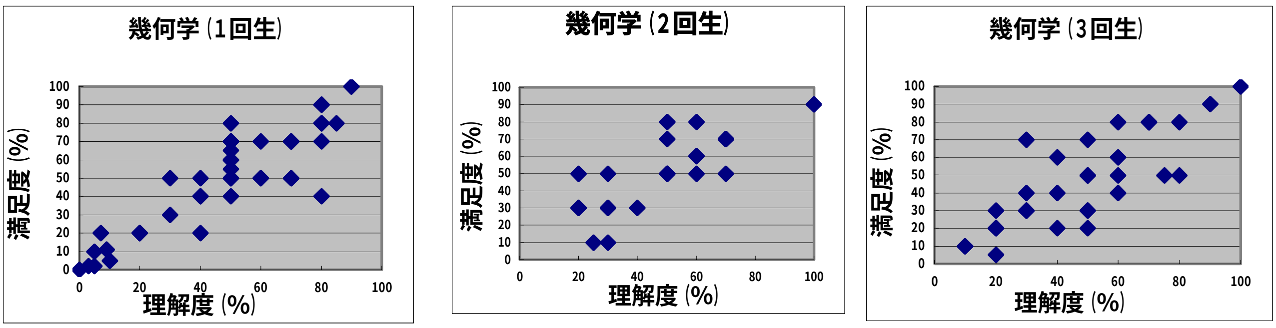
１回生では、平均が理解度よりもやや高い値を示している。０～９％のグループも減っているし、９０％以上も３人と増えている。同様に２回生でも理解度よりやや高い値を示し、その証拠に、理解度では８０％以上の人が一人だけなのに、満足度では４人もいる。これは、講義内容を少々理解していなくても、そこそこ講義には満足しているということだ。１回生と２回生を比べると、１回生の方が理解できていない人が多い。それはアンケート調査者の違いによるものかとも考えられるが、５０％以上の形は酷似している。これは、平均的に理解している人と少し理解が進んでいる人の変化量が同じということを意味する。

それに対して３回生ではほぼ理解度と同様のグラフ分布であり、平均的である。しかも、１，２回生よりも満足度が８０％を超える人たちが多い。これは、選択講義となりさらに理解を深めることによって、より幾何学に興味を持ち幾何学に満足した人たちがいる結果であろう。

幾何学のみでなく、専門数学は習い始めの間は高校までの数学との違いに慣れるのに時間がかかり、初めての内容ばかりでそれを理解しようと努めるのに精一杯になる。だからこそ高校とのギャップに慣れることができず、内容の理解も進まず、専門数学を学ぶ意味はもちろん理解できず、不完全燃焼状態のままである１回生がいるのではないだろうか。１回生の段階で理解できなければ、回生があがるにつれてさら分からなくなり、理解は進まない。しかし、１回生の段階で理解できている人たちというのは、回生があがるにつれてさらに理解が深まり、その専門数学を学ぶ意味を見出すのではないだろうか。だからこそ、３回生では理解度が低いグループでは満足度との差はあまりなく、高いグループでは満足度が高くなるのだろう。

次に、理解度と満足度の相関関係を見てみる。

（図６：幾何学の回生別理解度と満足度の相関関係）



（注：この図で同じ値の場合は一つとしてカウントされている）

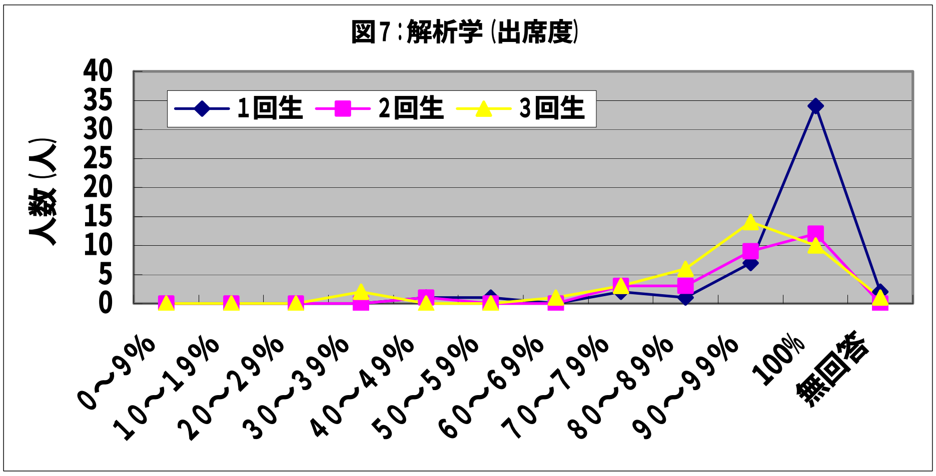
この調査対象者は出席度が８０％を越える人たちが大半である。出席していることによって、理解ができているかといえばそうではないことは、すぐに分かる。

では、理解度に応じての満足度はどうかと言えばそれぞれの回生ごとに「図６」を見てみる。全体的にやはり、理解が進んでいれば満足もしているという傾向にある。１回生では、理解度、満足度共に低いグループがあり、２回生では、二つのグループに分かれている。３回生は比較的まばらで、相関関係もやや薄れている。これは、理解度・満足度のところで見た結果と同じである。

②解析学（微分積分学）について

幾何学同様に、０～１００％の範囲で解析学における出席度・理解度・満足度の三項目を記述形式で書いてもらった。以下で、それを基に解析学について考察する。

まず、「図７」で出席度を見てみる。

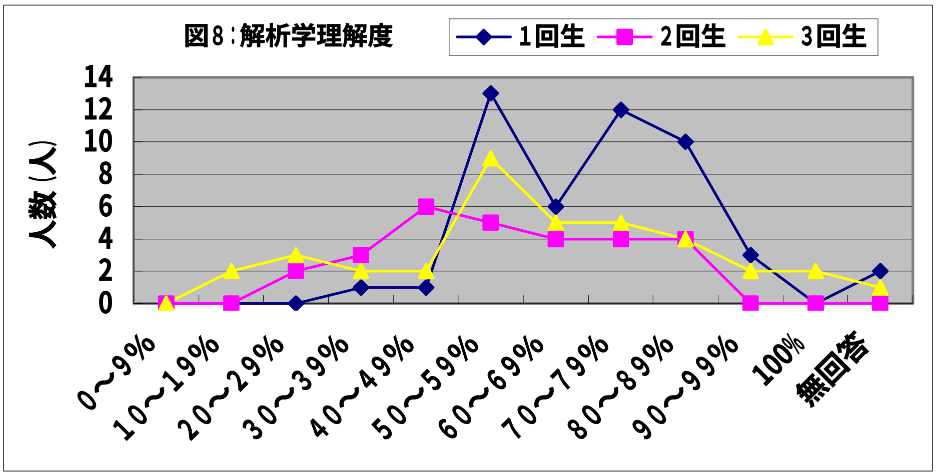


（参考（平均値）１回生 **94.87%、2回生 90.28%、3回生 85.41%**）

幾何学と同様に、やはり８０％以上の人たちが大半である。１回生は１００％が圧倒的に多い。２回生でも、１００％の人数が最も多い。２回生ではここが幾何学との相違点である。しかし、大幅に違うというわけでもないし、９０％以上の人の数はほぼ同じなので、特に理由はないだろう。３回生では、やはり出席率は落ちている。３年間の総合的な判断なので、トータルの出席率が落ちるのも仕方がないかもしれないが、やはり講義への意欲が落ちているという面も考えられる。

次に「図８」で理解度を見てみる。

（参考（平均値）1回生 65.34%、2回生 52.32%、3回生 56.38%）



やはり、専門数学ということで幾何学同様に５０～５９％あたりが多くなっているが、幾何学に比べて回生ごとにばらつきがある。

１回生では、幾何学に比べて格段に理解度が高くなっている。ほとんどが５０％以上で、他の回生とは段違いである。これには、１回生は解析学ではなく、微分積分学という講義のみを受けているということが関係するだろう。微分積分学は、専門数学の中で最も高校の授業内容に近い分野であり、高校まで比較的数学を得意としてきたであろう数学専攻の人たちにとっては理解しやすいのだろう。

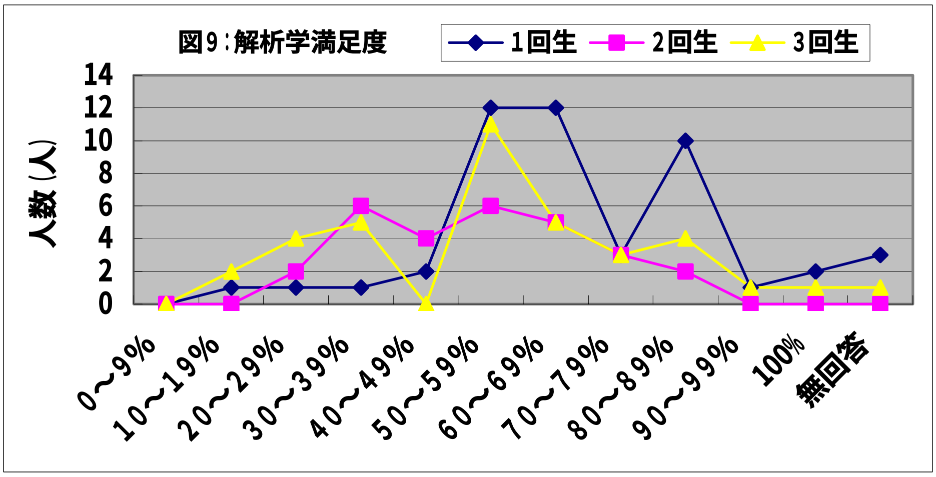
しかし、解析学になるとより抽象的で深くなり、今まで親しみのあった数学とはまた離れてくる。そこで、理解度が下がり２回生では特に大きなグループもなく、みな平均的になっている。幾何学では理解しているグループとしていないグループの二つに分かれていたが、解析学では、そのようなことはなく、本当に理解度がみなばらばらである。ただ、９０％以上の人たちがいないことが気になる。

３回生では、５０～５９％が一番多いが、幾何学に比べると理解度が約１０％も高くなっているようだ。幾何学同様、２回生の時点で苦手になって理解度が進まなかった人たちと、３回生になって理解度が進んだ人たちが多いことを表している。その証拠に理解度が８０％を越える人たちは８人もいる。これは、解析学が幾何学に比べて理解しやすいということを意味しているのか。しかしそうなる

と幾何学の８０％以上が４人というのは少ないのではないだろうか。

続いて「図９」で満足度を見てみる。

（参考（平均値）1回生 61.55%、2回生 46.42%、3回生 50.97%）



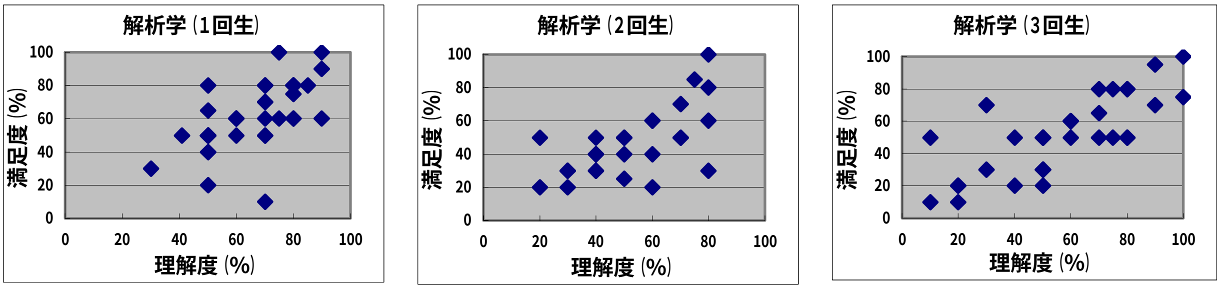
幾何学の場合は全体的に理解度よりもやや高い値であったが、解析学となると、少々、理解度よりも低い値になった。平均値を見ても、５％ずつは減っている。

それぞれを見ても、１回生では７０％以上のグループが減っているし、さらには３０％より低いグループが二人増えている。２回生は全体として下がっている。３回生では満足していないグループが多くなり、４０％以下のグループが増えている。８０％を越えるのも６人と減っている。

しかし、幾何学に比べると１，３回生は理解度満足度共に５～１０％ほど高い値を示している。これは、解析学のほうが講義内容を理解しやすいということなのだろうか。２回生になると理解度は解析学がやや高いが、満足度は幾何学のほうが６％も高い。このアンケートをとったのが幾何学演習と代数学演習の時間だったために、解析学を得意とする人が少なかったという理由もあるのではないかとは考えるが、それでも、２回生の中では幾何学のほうが講義に関する充実感はあるのかもしれない。

幾何学同様に理解度と満足度の相関関係も見てみる。

（図１０：解析学の回生別理解度と満足度の相関関係）



（注：この図で同じ値の場合は一つとしてカウントされている）

幾何学同様に解析学でも理解度と満足度は相関関係がある。ただ、理解度のところで述べたように、全体的に理解度に比べての満足度が低いこともこれから分かる。どの回生でも相関関係がはっきり表れており、理解をしていればほぼ満足しているという状況だ。

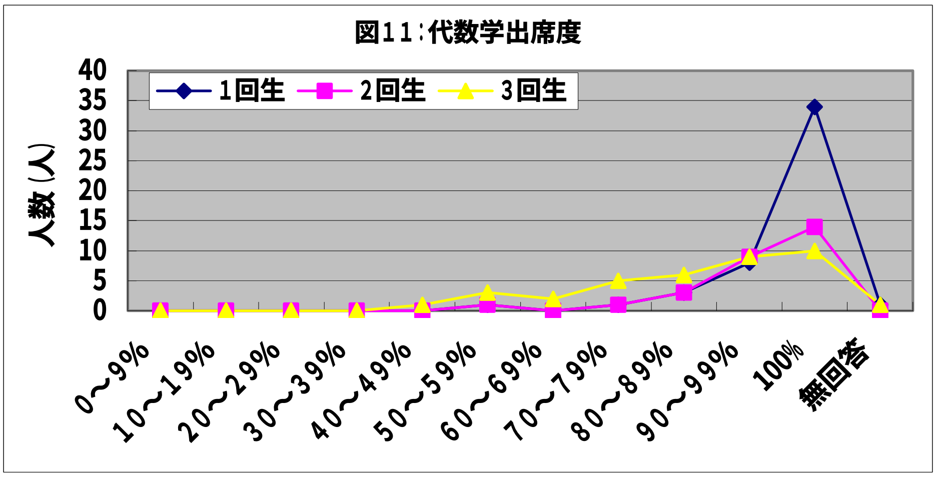
１回生では、理解度が高くそれに伴い満足度も高くなっている。しかし２回生では幾何学の二分現象とは異なり、理解度に比べて満足度の度合いが低くなっている。これは、解析学を表面上は大体理解しているが、それを学ぶ意義や講義自体に関する満足はあまりしていないという結果だろう。３回生はほぼ幾何学と同じ傾向で、全体的に散らばっている。やはり、苦手意識をもった人たちもいるし、さらに理解を深めた人たちもいるということだろう。

③代数学について

幾何学、解析学同様に、０～１００％の範囲で出席度・理解度・満足度の三項目を記述形式で書いてもらった。以下でそれを基に代数学について、考察する。

まず、「図１１」で出席度を見てみる。

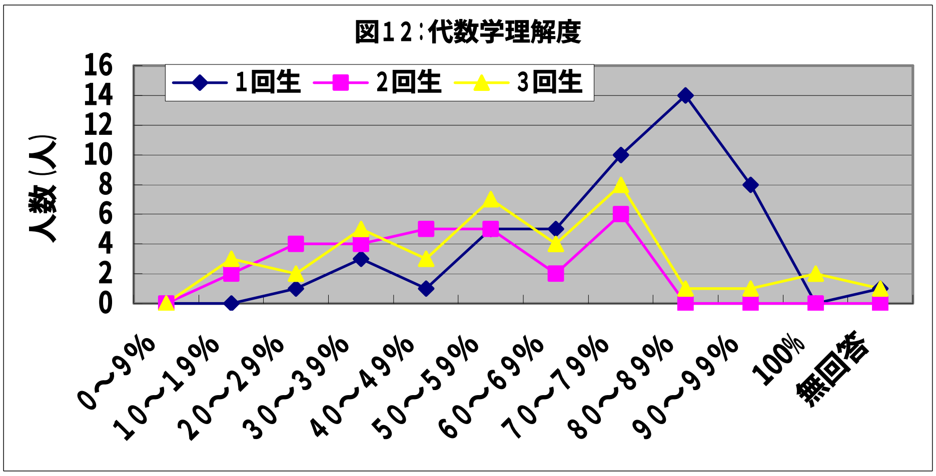
（参考（平均値）1回生 95.51%、2回生 92.5%、3回生 82.22%）



どの回生も１００％が多い。これは、幾何学・解析学にはなかったことだ。代数学の講義への意欲が感じられる。

１，２回生は他と同様で、ほとんどが９０％以上の出席度である。しかし、３回生では、一番多いのは１００％であるが、５０～１００％の間でまばらになっている。平均値を見ても分かるように、他の講義よりも低い。他と同様にトータルな判断であることも考えられるが、３回生になり苦手意識が芽生えることによって、講義に出席しなくなることが関わっているのかもしれない。

続いて「図１２」で理解度について見てみる。



（参考（平均値）1回生 69.1%、2回生 43.39%、3回生 51.94%）

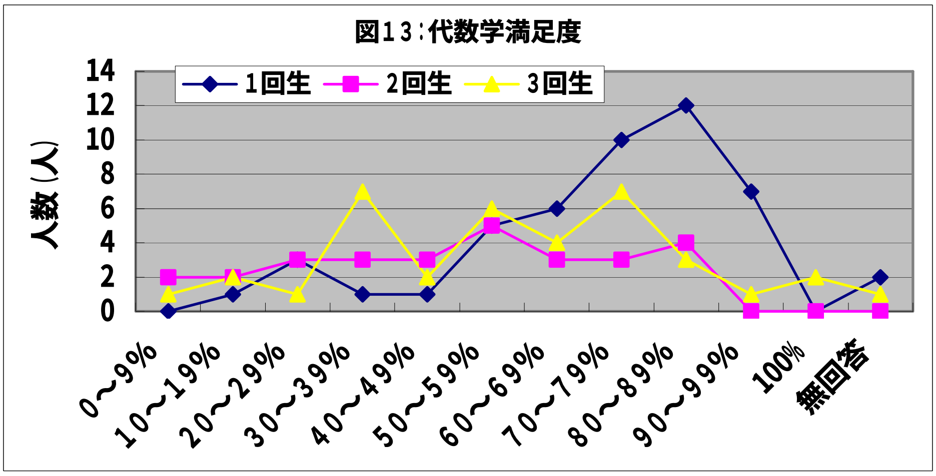
グラフ分布は幾何学よりも解析学に近い。その中でも、１回生の高さに驚かされる。

１回生は幾何学、解析学と比べて値が一番高い。１００％はいないものの、平均で７０％に届く勢いだ。これは、１回生の代数学は群の導入期であり、比較的理解されやすいということだろう。しかし、それだけで解決できる問題なのか。他の回生との差がありすぎる。もしかしたら、もともとの学力的な問題もからんでくるかもしれない。だがその中でも、３０～３９％周辺のグループもあり、すでに苦手意識を持っている人たちがいることが表れている。

２，３回生共に似たようなグラフ分布である。ほとんどの人が７９％以下で、１０～１９％までまばらに続いている。６０％～６９％を境目に理解しているグループもあるが、その数に比べて理解していない人たちがかなりいる。幾何学・解析学同様に、回生が進むごとに理解度が平均的になる傾向はあるが、しかし、理解の低さが目立つ。確かに、回生を進むごとに内容も難しくなっていくが、それについていける人が一番少ないのが、代数学なのかもしれない。また、２回生では８０％以上の理解している人たちがいない。幾何学同様3回生でも４人だけである。１回生と比べて差が歴然としているが、のちのち代数学のゼミに進もうと考えている人もいる中で、これは少ないのではないかと考えられる。

幾何学・解析学に比べて２，３回生のばらつきが激しい。平均的な人もいれば、理解が遅い人も早い人もいる。これは、講義をする側にとっては非常にやりづらいだろう。小学校などでも授業は真ん中よりやや上の人向けに展開するべきだと習ったが、こうまで違うと進め方に苦労するに違いない。

次に「図１３」で満足度を見てみる。



（参考（平均値）1回生 66.19%、2回生 45.17%、3回生 52.91%）

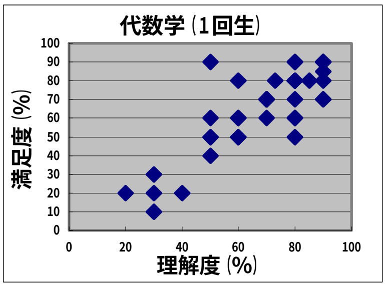
理解度よりも１回生でやや下がるものの、２，３回生ではほとんど理解度と同様のグラフ分布になっている。

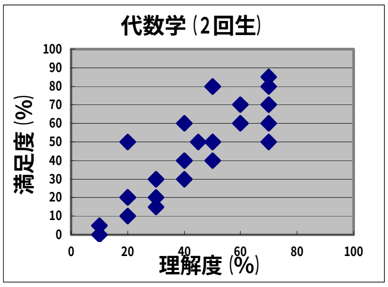
１回生では、幾何学・解析学よりもかなり高い値を示している。やはり、理解のしやすさが講義内容の満足度にも影響を及ぼしているのだろう。相変わらず満足度が低いグループも存在する。

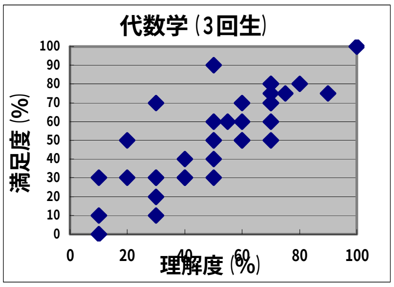
２回生では、理解度よりもさらに平均的になり、８０～８９％のグループが増えた反面、０～９％などの低いグループも増えている。これも理解の進んでいる人たちは、より満足し、少し苦手意識を持っている人たちは、講義に対してさらに満足していないのだろう。

３回生でも２回生同様に８０％以上の人たちが増えた反面、３９％以下の人たちも増えている。これは２回生と同じ理由であろう。続いて他同様に理解度と、満足度の相関関係を見てみる。

（図１３：代数学の回生別理解度と満足度の相関関係）







（注：この図で同じ値の場合は一つとしてカウントされている）

全体的に見ても相関関係は存在するが、それぞれの回生ごとに特

徴が出ている。

１回生では、理解度のところでも述べたように、高いグループもあるが、すでに苦手意識を持ち、理解が進んでいないグループもある。この割合が少ないのか多いのかは分からないが、やはりどの回生でもそうだが、理解が進まず、満足していない人たちはいるということだ。また、５０％以上のところを見ると、相関関係は薄くなり、理解しているからといって満足しているとは限らないし、またその逆もいえるようだ。

２回生は分布状態を見ても、その低さがうかがえる。理解度が７５％を越える人が一人もいない。比較的相関関係ははっきりしていて、理解度に伴い満足度も変化する。しかし、全体的にやや理解度に対して満足度の低さが見られる。やはり、理解が進まなければそれだけ講義にも満足感が得られていないのだろう。

３回生は幾何学、解析学同様に、相関関係が薄く、まばらである。低い人もいるし、高い人もいる。どの講義でも理解度・満足度は共に変化していって、平均的になるということだろう。だからこそ、３回生での必須選択という形が良いのかもしれない。

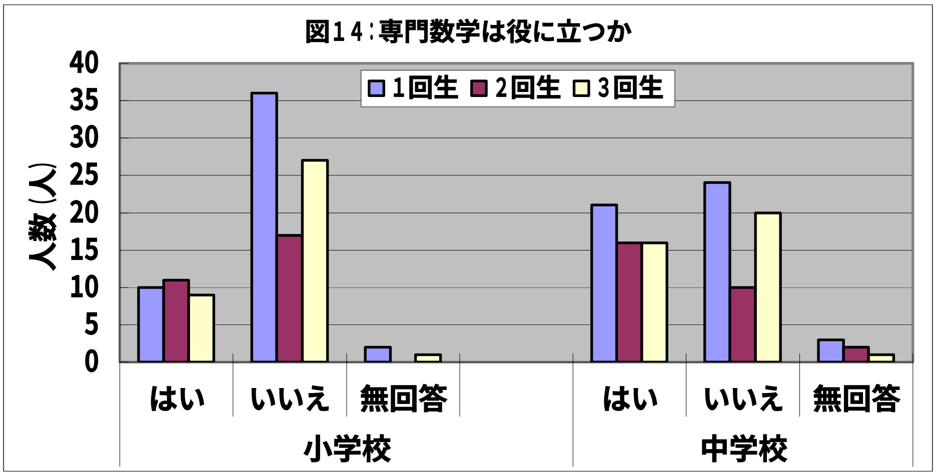
（３）算数・数学教育における専門数学の捉え方

「はじめに」にも書いたが、教育大学で、専門数学を学ぶ意味をずっと見出したかった。小学校教員になるために大学で学んでいるという意識があったためか、これがどう小・中学校の中で生かされるのかという疑問が頭から離れなかった。よく、数学は論理的思考を養うために学ぶのだと言われる。それもよく分かり一理あるのだが、ほとんどがあまりに高校とかけ離れており、より抽象的になっている。１を教えたいなら１０を学べという言葉があるが、その通りに専門数学を捉えてよいものかどうか難しい。

そこで、学部生は専門数学と小・中学校の算数・数学教育とをどのように結び付けているのか調査した。

「小・中学校において、専門数学が役に立つか」という質問に答えてもらい、そう考える理由も書いてもらった。以下でその結果を検証し、考察する。

まず、「図１４」で学部生の意識を見てみる。



私自身は４回生になり、代数学を専門的に学んできて、それは小学校にも中学校にもつながるものだと感じている。計算することの基本的な考え方にあたる部分で、それを教える、教えないに関わらずその学びが大いに小・中学校教育に生かされるはずだ。

では、１～３回生の意識はというと、小学校では役に立たないと感じたのが８０人と役に立つと感じている人の３０人を大きく上回る。中学校では、役に立たないと感じているのが５４人、役に立たつと感じているのが５３人とほとんど差がない。回生別に見ると１，３回生はほぼ同じ形で基本は役に立たないと考えている人の方が多いが、中学校になるとその差は小さくなる。それが２回生だと、もともとその差が小さく、中学校になると、役に立つと答えた人の方が上回る。

この理由は様々考えられるが、これについても記述形式で書いてもらった。記入していたのは、小学校が、１回生４０人（４８人中）２回生２３人（２８人中）３回生３２人（３７人中）中学校が１回

生３７人、２回生２１人、３回生３２人である。

その結果をまとめてみると、役に立つと答えた理由には小学校、中学校関係なく、大きく四つの分類ができる。

その分類とは・・・

ｉ）専門数学が基礎になっている。

例・・教える上での基礎は必要。専門的なことを知ってこそ基本から教えられる。深く学ぶことで良い授業が出来る。理解してないと本質を教えられない。等々

ii）具体的にこれが役に立つ

例・・代数については、和や積のことを学ぶ。幾何学ならものさしを使った世界がすべてではない。解析学ならグラフが本当に連続かどうか調べられる。等々

iii）論理的な思考などが身につく

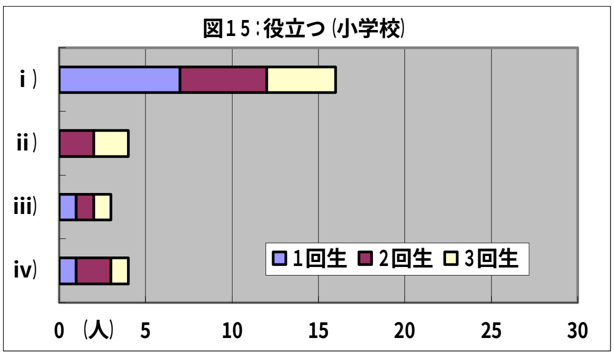
例・・証明の仕方など論述立てて説明する。直接は役立たないが考え方や思考の能力が役に立つ。等々

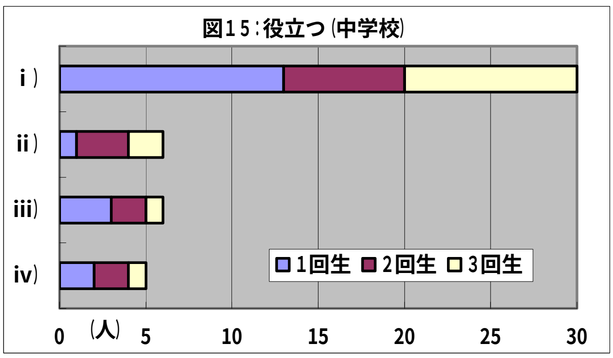
iv）なんとなく

例・・知らないよりは知っている方が良い。役立たないことはさせないはず。等々

この分類ごとにその内訳を「図１５」で見てみる。

まず、全体的に小学校よりも中学校の方が役に立つと答えた人が





多いということは何を意味するのだろうか。上の「図１５」を見てもわかるように、基礎になっているという考え方の人たちが圧倒的に増えている。これは、小学校の算数と、中学校の数学という違い

が生んでいるのだろう。算数というと、学問というよりは生活に結びついたものがほとんどで、易しいという印象がある。しかし、数学となると専科の教師になるし、算数の知識を基盤にして、専門的・抽象的になってきて難しいという印象がある。だから、抽象的な専門数学は中学校の数学の基礎にはなりうるが、小学校の算数には結び付けにくいと考えるのではないか。

現に、小学校で役に立たないが、中学校で役に立つと書いた人たちの意見として、1回生で、「小学校では全く使わないが中学校では、教える上での基礎となる」「小学校では理解させるのが難しいが、中学校では、上で習った分野を多少なりとも使えそう」など。2回生では、「小学校では難しすぎるが、中学校になると論述立てて証明する必要がでてくる。」「小学校は基礎的なことで、中学校になると、本質を知っておくべき」など。3回生では、「小学校には関係ないが、中学校は少し専門的になってくる」など。やはり、中学校は小学校と違って専門的になるという意識が根強いようだ。だから、小学校では役に立つが中学校では役に立たない、と書いた人は誰一人としていなかった。

しかし、基礎になるというがその中身が大事である。それを詳しく書いているのが、ⅱ）の具体的にというところである。他に比べてⅱ）には、1回生が少ない。やはり、専門数学を学び始めたところということで、まだそれほど深く掴みきれていないのだろう。内訳は微積や代数が多い。微積であれば、まさに高校までの範囲のさらに深い部分であり、想像もしやすいし、小・中学校に役立つというのも分かる。代数も基本は演算にあるので、小学校からやってきたものに比較的近い。高校までの学習に近いものは役に立つと考えられるのだろう。幾何や解析が役に立つという人も少しいた。

また、私が考えていたよりもⅲ）の論理的思考が役に立つという人が少なかった。今まで数学は論理的思考を鍛えるのだということをよく聞いてきたが、そんな考えは少数派なのだろう。もしくは、

論理的思考と小・中学校とを結び付けられないのかもしれない。

続いて、専門数学が役に立たないと考えている人たちを見てみる。ここも同じように理由を三つに分類できる。

ｉ）難しい、関係ない

例・・難しすぎる。こんなものは教えないから。理論を使わずに教えられる。全く違う分野である。教えないから。等々

ⅱ）役立つのだろうが

例・・知っておくべきだが、内容にないことなので役立つかどうか疑問。役立たないとは思わないが広く浅く教えられたほうが良い。役立たないとは思わないが、もっと実践的なことをするべき。等々

ⅲ）わからない

例・・こういうふうに役立つと学んでいないので何のためかわからない。どう使ったら良いかわからない。どうレベルを落として教えるのかわからない。等々

同じくこの分類ごとに内訳を「図１６」で見てみる。

小学校では、大半が、ｉ）の理由である。中学校では全体的にや

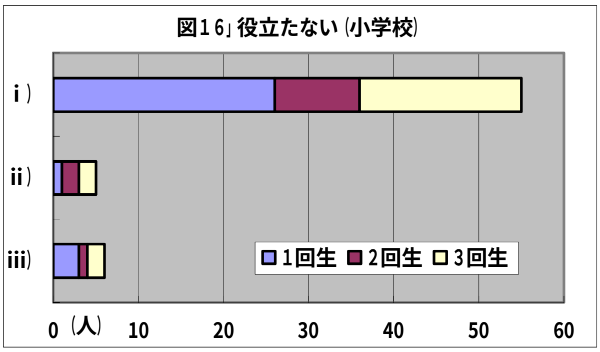


図16」役立たない（小学校）

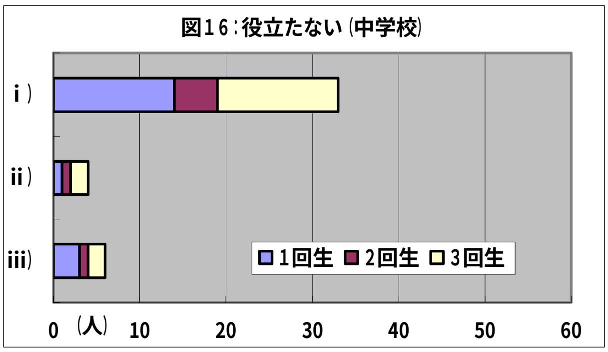


図16：役立たない（中学校）

や少なくなるが、やはり、ｉ）の理由が大部分である。これは、専門数学が小・中学校と大きくかけ離れているとみんなが感じている証拠だろう。だから、難しすぎるとか、関係ないとか子ども達には教えないといったような理由が多くなる。確かに、専門数学自体が

本当に役に立つかどうかは、その専門数学を深く理解しなければ判断はできないかもしれない。iii）の人たちはそのような人たちだろう。しかし、さきほどの結果によると、理解度８０％を越える人たちは各回生ごとにほんの一握りである。つまり、あまり理解が進んでいないのに、それが役に立つかと問われても、本人が理解できていないのだから、「難しすぎる」といった理由が多くなるのも分かる。

そう考えると、何のために専門数学を学んでいるのかという疑問がやはり出てくる。小・中学校の基礎になるのだと考えている人たちには、専門数学の講義がとても大切に感じられ、意欲を持って受けることができるだろう。また、常にそういう視点を持っていることによって、専門数学で学んだことをどのようにして教師になった時に生かせば良いのか、などを考えるようになる。しかし、専門数学が小・中学校には難しすぎて役に立たないと感じている人たちにとっては、教育大学で専門数学を学ぶ意味が全く感じられず、講義に対する意欲も失われるのではないだろうか。私は、幸い代数学をなんとか理解でき、小・中学校にも少なからず専門数学の知識が必要だと考えられたが、他の専門数学の講義に対してはいまだにどう用いれば良いのか考えがつかない。まず、講義内容をわかりやすく教えるのは前提としてあるが、講義の中で専門数学を学ぶ意義というか、それがどのように用いられていたり、どう小学校や中学校の学習に結びついていたりするのかということを伝えるべきだろう。そうすることにより、専門数学を学ぶ意義を見出し、講義も積極的に受けるようになるはずだ。実際に基礎に役立つと考えている人がいるのだから、その思いを共有させることは不可能ではないはずである。

第３章　学部生の算数･数学教育の実態と捉え方
　～学部生へのアンケートより～

（１）教員養成課程における算数・数学教育の講義

算数・数学教育の講義として、小学校課程の学生に対しては、２回生で算数科教育法が必須で、３回生で算数科教材開発という講義が選択科目として設けられている。中学校課程の学生に対しては、３回生で数学科教育法が必須で、同じく３回生で数学科教材開発という講義を選択で受講することができる。ほとんどの小学校課程の人たちが中・高の免許を取ることを考えたら、大半の人が３回生で数学科教育法を受講している。算数科教育法は主に小学校課程の人のみであろう。

講義内容として、私は算数科教育法では、プログラムや算数を教えるに当たっての理論的なことをやった。また数学科教育法では、数学の歴史的なことをやり、現行の教科内容のより良い教え方を考え発表した。

それらも有意義で教師になった時に大いに役に立つものである。しかし、数学の背景や教え方などは学んだが、肝心の最も基本的な教科指導における「これはどういう意味か」「なぜこれはこうなるのか」など、
本質的な部分はほとんど学ばなかったように感じる。これは、教師になった時に教えなければならない内容の基礎であり、そこを学んでおかなければ授業が薄っぺらなものになってしまう。さらには、子ども達を混乱させてしまう恐れさえある。

私はそのように考えるが、他の人たちは実際どうなのか、学部生に算数・数学教育の本質的な部分がどれだけ備わっているのかを調査した。

（２）算数・数学教育の代数分野の実態

調査内容としては、小・中学校の代数分野において、二つずつ基本となることについてその本質的な理解がどれほどなされているの

かを質問し、記述式で書いてもらった。

小学校では①割り算の二つの意味

②分数で割ることは逆数をかけることと同値の理由

中学校では③－（－１）＝＋１となる理由

④（－１）×（－１）＝＋１となる理由

以下でそれぞれについて結果を検証し考察する。

①割り算の二つの意味

まず、教科書における割り算の導入部分を見てみる。「小学算数３年」（大阪書籍　平成１５年）によると、割り算を用いる場面が二つ設定されている。１２個のクッキーを３人で分けると一人分はいくつ、という場面と、１２個のくりを３個ずつ分けると何人に分けられる、という場面である。この二つはどちらとも式とすれば、１２÷３＝４となり、式のみを見れば何の違いもない。

では、この違いは何かということを説明すると、前者が「等分除：全体の量を同じ数ずつ分けたときの１あたり量を求めるもの」後者が「包含除：全体の量を１あたり量ずつ分けたときいくつ分できるかを求めるもの」（※黒木哲徳著「入門算数学」日本評論社より引用）という考え方といえる。ここで、全体量とはもとあったクッキーやくりの数を指し、１あたり量とは一人あたりの数を指し、いくつ分が人数を指す。答えの値は同じでも答えが持っている意味が違うのである。等分除では、一人あたりの値が求められるが、包含除では、人数が求められる。この違いが大きくでるのが、実際の活動を伴う時である。等分除ではトランプを配る要領で、一人に一つずつ配ることを繰り返していく。つまり配り終わるまで自分がもらえる数はわからないのである。その反面包含除では、一人にあげる分は決まっており、何人まで配ることができるのかといったことがわからないという状況になる。一見同じように見えることだが、導入部分において教師がこの違いをしっかり把握しておかなければ、子ども達

を混乱させる恐れがある。また、この二つを区別しないと、割り算の計算には本来意味があるはずなのに、計算技術だけを学んでしまうことになり、その後の算数の学びが進みにくくなるのではないだろうか。

これをふまえて、質問は「１２個のケーキがあるという状況で割り算を用いる問題文を二つ示して下さい」という問い方をした。

記入していたのは１回生４５人（４８人中)、２回生２６人（２８人中)、３回生３１人（３７人中）で、ほとんどの人が回答してくれている。

この結果を三つの分類から考察すると

ⅰ）等分除、包含除共に書けている

例・・３人ずつ分けると一人いくつ、３個ずつ分けると何人に分けられる？４人で食べたら一人何個、一人３個食べたら何人が食べられる？等々

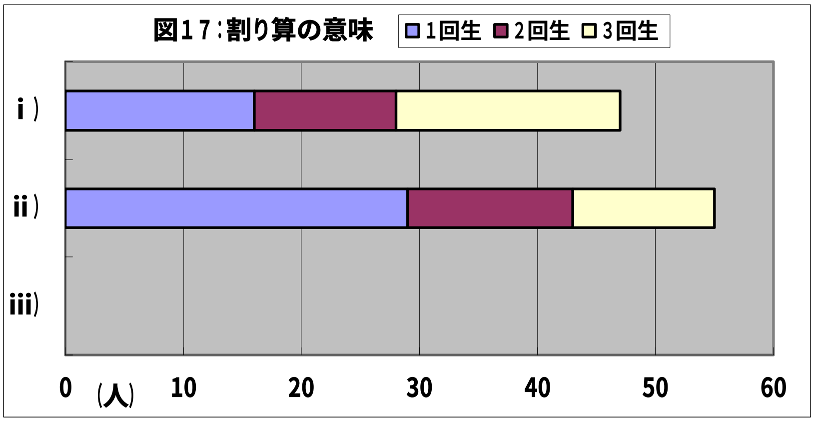
ⅱ）等分除のみ書けている

例・・３人に同じ数だけあげます。一人分はいくつ？５人に分けた時にいくつ余りますか？等々

ⅲ）包含除のみ書けている

例・・３個ずつに分けたら何皿できる？等々

この分類の内訳を「図１７」で見てみる



iii）の答え方を示した人は一人もいなかった。これから、算数がいかに現実的なものとして受け入れられているかが読み取れる。生活の上でものを分ける時、そのほとんどがii）の等分除の方法が使われる。包含除の方法はあまり生活の上で使われることが少ない。だから、割り算を用いる場面と問われてすぐに思いつくのは、生活でよく使われる等分除なのだろう。また、割り算を等しく分けることと捉えている人も少なくない。それも、iii）の包含除を先に思い浮かべる人がいない証拠となるだろう。

回生別に捉えても違いがある。回生があがるにつれて、等分除、包含除とを区別できている人たちが多くなっている。３回生になると、区別できている人のほうが多い。これは、やはり２回生で算数科教育法を受けたり、３回生で教育実習に行ったりして学ぶことが増えてくるからだろう。また、回生があがるにつれて教師になった時を現実的に考え始め、自ら本などで学ぶ意欲が出てきたりすることもあるかもしれない。

二つ示してくださいと問われて、等分除において３人に分ける時と５人に分ける時など、人数を変えて割る場面を想定している人が何人かいた。わかってなくて適当に書いたのかもしれないが、等分除の考え方が大きく占めているという証拠だろう。また、余りの計算を考える人もいた。確かに指導上で変化はあるが、割り算の意味としてみれば余りがでようがでまいが関係ない。

しかし、ｉ）の二つきちんと答えられた人は３回生でさえ１９人である。約半分だ。１年後には教師になり教えることになるかもしれない人たちがいる中で、数学専攻でありながら、算数の基礎の部分さえ理解できていないとは、大丈夫なのであろうか。そういう私もこれを知ったのは４回生になってからだが。

②分数で割ることは逆数をかけることと同値の理由

まず、教科書における説明を見てみる。「小学算数６年」（大阪書籍　平成１５年）によると、「$\frac{2}{5}$dl で板を $\frac{3}{8}$㎡ぬれるペンキがあり、ペンキ１dl では板を何㎡塗れるか」という例題で三つの方法が載っている。一つ目は $\frac{1}{5}$dl で塗れる面積を求め、１dl はその５倍塗れることから答えを出す。（式：$\frac{3}{8} \div 2 = \frac{3}{16}$　$\frac{3}{16} \times 5 = \frac{15}{16}$）二つ目は割り算の性質を用いて、分母、分子ともに５をかけ、割る数を整数にして答えを出す。（式：$\frac{3}{8} \div \frac{2}{5} = \left(\frac{3}{8} \times 5\right) \div \left(\frac{2}{5} \times 5\right) = \frac{3}{8} \times 5 \div 2 = \frac{15}{8} \div 2 = \frac{15}{16}$）三つ目は通分して考え $\frac{1}{40}$のいくつ分かを考えて答えを出す。（式：$\frac{3}{8} = \frac{15}{40}$　$\frac{2}{5} = \frac{16}{40}$　$15 \div 16 = \frac{15}{16}$）それぞれ出し方は異なるが、答えの導き方から、分数の割り算は分母分子入れ替えてかけ算することと同じであると、結論づけている。

あと、タイル図を書いて求めるという方法も載っている。

分数は算数においてつまずきの多い単元である。その中でも分数の割り算は非常に理解しにくい。本質的な部分をほったらかして、ほとんどの人が機械的に逆数をかけるという覚え方をしているのではないだろうか。実際、計算の仕方さえ覚えれば、なぜそうなるの

かは置いておいても、その後苦労することはめったにない。しかし、教師になるものとして、計算の技術だけしか知らないのでは子ども達にうまく教えられないし、子ども達も素直に受け入れられないだろう。

そこで、今の段階でどれだけ説明ができるのかを調査した。質問は「『ある数を分数で割ること』は『ある数にその分数の逆数をかけること』と同値になるのはなぜですか？」という問い方をした。

記入していたのは１回生２２人、２回生１７人、３回生１８人である。

まず、記入者が大体半分と少ないのが気になる。おそらく①はすぐに思いつき、簡単に書けるのだが、②以降は少し考える時間が必要であり、面倒くさくて書かなかっただけか、本当に分からなかったのか判断できないが、少なくともすぐに分かるような質問ではなかったようだ。

これも結果を五つの分類から考察すると

ｉ）式を変形させてできる（正しい）

例・・$\frac{1}{3}\div\frac{2}{3}=\dfrac{\frac{1}{3}\times\frac{3}{2}}{\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}}=\frac{1}{3}\times\frac{3}{2}$

$6\div\frac{2}{3}=(6\times\frac{3}{2})\div(\frac{2}{3}\times\frac{3}{2})=6\times\frac{3}{2}$　　等々

ii）式を変形させてできる（理由があいまい、または間違い）

例・・$\frac{1}{3}\div\frac{2}{5}=\frac{1}{3}\div(2\div5)=\frac{1}{3}\div2\times5=\frac{1}{3}\times\frac{2}{5}$　等々

iii）場面設定して示す

例・・６㎡の土地を$\frac{1}{2}$㎡ずつ分ける時いくつに分かれるか

式は$6\div\frac{1}{2}$であるが、図を書くと$6\times\frac{2}{1}$となる　等々

ⅳ）答えが同じになるから同じ式

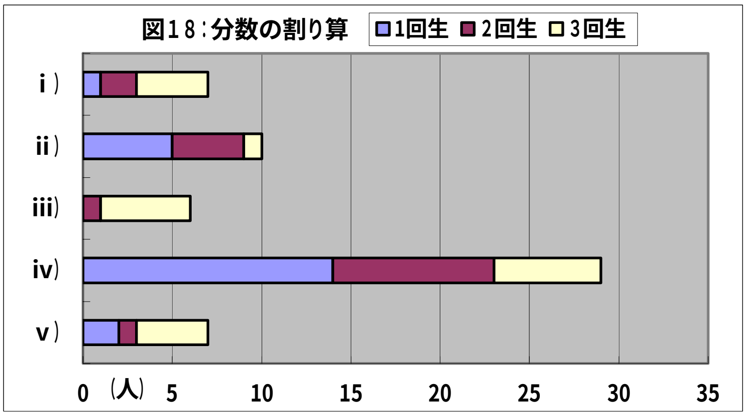
例・・$4 \div 2 = 2$、$4 \times \frac{1}{2} = 2$　よって同値

$4 \div \frac{1}{2} = 8$、$4 \times \frac{1}{2} = 8$　よって同値　　等々

ⅴ）割り算の性質

例・・割り算とかけ算は反対の性質を持つ。分数は割り算の結果である。意味がそういう意味だった。　等々

この分類での内訳を「図１８」で見てみる。



ここで、的確に答えられているのは、ｉ）とiii）のみである。ii）は途中でうまく説明できるように操作したり、説明が不十分であったりするので、完全に理解しているとは言い難い。iv）はたまたま値が同じになるという理由である。すべてにおいて通じるものだと言うには足りない。ｖ）は何の説明にもなっていない。おそらく機械的に計算の仕方を覚えてきた人たちであろう。

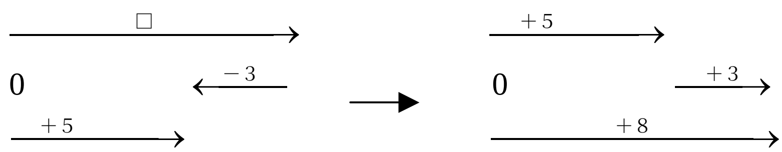
やはり、ｉ）iii）には３回生が多い。どうやら３回生の人たちは、iii）の方法を算数科教育法でやったようである。だから、回答者が多いのだろう。ｉ）も回生が上がるごとに増えているので、①の割り算の意味の時と同様に教育実習や自ら調べたりする人がでてきているのだろう。逆に１回生ではii）とiv）が目立つ。やはり、まだまだ深く考える機会がなく、学ぶことがないのだろう。

しかし、群を抜いて多いのがⅳ）というのは、全体的に本質を理解しないまま、計算だけに重きをおいてきたという証拠である。ｖ）も同様に、計算のみを見ている。ここで、その計算の持っている意味を考えず、単に計算して答えが同じになったから同じことだという結び付け方はあさはかなのではないだろうか。それなら、２×２＝１２÷３のようなことも起きてしまう。まだまだ、どの回生にもそういう考えの人たちがいるということは、おそらく多くの人が陥りやすい間違いなのだろう。

正確に答えたのは全体で１３人、３回生で９人となっている。これこそ、計算はできるが、その本質は理解していない良い証拠である。教える立場に立とうとしている人の理解度がこんなものでいいのだろうか。

③－（－１）＝＋１となる理由

同じく教科書でどのように扱われているかを見てみる。「中学数学１」（大阪書籍　平成１５年）によると、矢印を用いて導入している。→の方向を＋（プラス）とし、←の方向を－（マイナス）として、（＋５）－（－３）＝□の計算を行っている。そして、□＋（－３）＝（＋５）の□にあてはまる数を求める式だと述べて、下の左図を載せている。



それによって、上の右図から－３を引くことは＋３を加えることと同じであると結論づけている。この後は、計算を行うだけである。

また、これを代数的に説明する方法もある。「－」とは加法における逆元を表している。（加法に関して、ある数ａに対する逆元とは、ａ＋ｂ＝０，ｂ＋ａ＝0を満たすような数ｂのことを指し、この時ｂ＝－ａと表す。）つまり、この場合は、ａ＝－１、ｂ＝＋１と考えて、

条件が満たされるかどうかを示せばよい。（－１）＋（＋１）＝０、（＋１）＋（－１）＝０となるので、－（－１）＝＋１が成り立つ。

負の数は、中学校に入って最初に習う範囲である。それまでは、整数・小数・分数といっても正の範囲でだけ捉えていたが、ここで一気に数が拡張される。今後当たり前のようにでてくるので、しっかりおさえておくべき範囲である。

そこで、どの程度中学校の基礎部分を説明できるのかを調査した。多くの人が機械的に覚えているだろう箇所で、一番ややこしいであろう「－（－１）＝＋１の理由」を質問した。

記入していたのは、１回生２２人、２回生１５人、３回生１９人である。記入者はほぼ半分くらいで、②と同じく、すぐには回答できるような簡単な問題ではなかったのだろう。

結果を四つの分類から考察すると

ⅰ）矢印を用いて方向を決める、または例を示す

例・・プラスを右向き、マイナスを左向きとして、左向きの反対向きに１進む。－１円の借金は＋１円の得になる。等々

ⅱ）代数的に逆元を用いる

例・・(－１）＋（＋１）＝０となるので、＋１は（－１）の逆元になる。等々

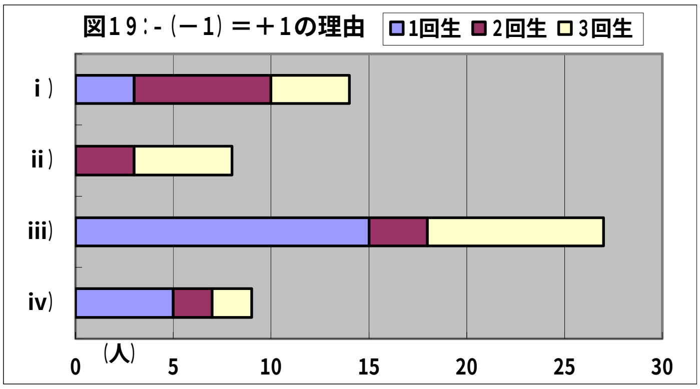
ⅲ）根拠があいないな説明

例・・－１を引くと＋１になる。「－」はその後の符号を反対にする。－(－１)＝(－１)×(－１)＝＋１。等々

ⅳ）間違い、判断不可能

例・・－(－１)＝＋１⇒－(－１)－１＝＋１－１⇒
－(－１)－１＝０　よって－(－１)＝＋１
実数の和・積の定義より。ｙ＝－ｘのグラフでｘ＝－１の時にｙ＝１になるから。　等々

この分類において「図１９」で内訳を見てみる。



一番多いのは、iii）である。「－」は逆の意味を表すから、などと書く人が非常に多かった。これこそ公式を暗記し、その意味など知らずに今まできている人たちである。そうなることは知っているが、なぜと問われれば説明できない。単なる学生ではそれでかまわないかもしれないが、教師になるものとしては全く良くない。②の分数の時と同じく、１回生がその多くを占めている。やはり、今まで数学の意味など触れる機会がなかったのだろう。それから色々経験して、回生が上がればうまく説明している人たちが増える。それでも３回生でiii）が一番多いのは問題であるが。

しっかり教科書通りの説明ができているのは、どの回生にもいる。この人たちは中学校で受けた授業のイメージができていて、負の数が導入された時のことをしっかり覚えているのだろう。ただ、全体の半分も満たないのは、やはり数学の本質などの面には習ってはいるのだろうけれども忘れている人が多いということである。

しかし、ｉ）の説明でさえ、数学を専門とする教師には不十分であるように考える。やはり、専門数学として代数学をとっているのだから、子ども達に教えるかどうかは置いておいて、まずは代数学の考え方を用いて説明して欲しい。この説明は１回生でも可能である。やはり、説明をするには理解が進んだ方が良いらしく、２回生よりも３回生の方の正答者が多い。また、答え方も、２回生では逆元という言葉だけを用いたものがほとんどだが、３回生になると、

しっかり式を書いて説明できている。これは、代数学の基本を学べばできるはずであるのに、全体で８人しか回答できていない。専門数学を頭から中学校には役に立たないと考えている人たちには、中学校の範囲で専門数学を用いて説明することなど思いつかないのかもしれない。さらに、８人の代数学の理解度を見ると、１００％１人、９０％１人、７０％１人、５０％３人、４０％１人、２０％１人となっている。どうやら、代数学をほぼ理解しているからといって、こういう説明ができるということではないみたいだ。そうなると、専門数学としての代数学は理解しているが、それを中学数学の理解に用いるという視点を持てていないのだろう。

ⅳ）では、証明方法自体が間違っている説明をしている人が二人いた。数学専攻のはずなのに、仮定と結論を混同しているのでは、本当に数学専攻かと疑ってしまう。

④(－１)×(－１)＝＋１となる理由

まず、教科書ではどのように扱われているのかを見てみる。「中学数学１」（大阪書籍　平成１５年）によると、「西へ向かって時速４㎞で歩いている人が、現在Ｏ地点を通っています。この人の２時間後、２時間前の位置は、それぞれどのようにして求められるかいいましょう。」という例題を用いて導入している。これを、「西へ向かって時速４㎞で歩いている人の、時間と位置の関係は、Ｏ地点を基準の０㎞とし、東を正の方向とし、『西へ時速４㎞で進む』ことを『東へ時速－４㎞で進む』とすると、時間と道のりとの関係は・・・」という方法で説明している。方向づけをしているのは、③の時と同様である。この後、かける数を正の数から、負の数に進めていき、かける数を１増やすごとに、４ずつ減っていることに着目させて、（負の数）×（負の数）＝正の数という公式に導いている。

これも、代数的に説明できる。一般にａ＝ｂを示したい時は、ａ－ｂ＝０を示せばよい。

よって、この場合ならば（－１）×（－１）－（＋１）＝０を示せばよい。少し長くなるが書くと

$$
\begin{aligned}
(-1)\times(-1)-(+1) &= (-1)\times(-1)+(-1)\\
&= (-1)\times(-1)+(-1)\times(+1)\\
&= (-1)\{(-1)+(+1)\}\\
&= (-1)\times 0\\
&= 0
\end{aligned}
$$

となって$(-1)\times(-1)=+1$が示すことができる。

また、この場合乗法において（－１）の逆元が（－１）ということもできる。それはあくまで結果論なので、証明は上のようになるが、そういう視点があることを大事にしたい。

③では、減法についてだったが、ここでは乗法についてである。その中でも一番ややこしい、(負の数)×(負の数) であるが、これもその後当たり前のように出てきて計算が主流になってくるため、暗記して覚えている人が少なくないだろう。ここも、やはり数学の教師になるのであれば、説明できなければいけない。

そこで、「$(-1)\times(-1)=+1$となる理由」を質問した。

記入してもらったのは１回生１０人、２回生９人、３回生１６人である。４つの質問の中で最も記入者が少ない。最後の質問ということもあって考えることが面倒くさくて答えなかったという人もいるだろうが、それにしても少ない。これほど、当たり前だと思うことはないのだろうか、説明が思い浮かばない人が多い。

この結果も③と同様の分類ができる。以下で考察する。

ｉ）例を示して説明する

例・・右向きを正として、－１ｋｍ/ｈで歩いている人の１時間前の位置。－１ｋｍ/ｓの速さで進んでいる車の一秒前の位置。等々

ⅱ）代数的に説明する

例・・（－１）は（－１）の逆元になっている。等々

iii）根拠があいないな説明

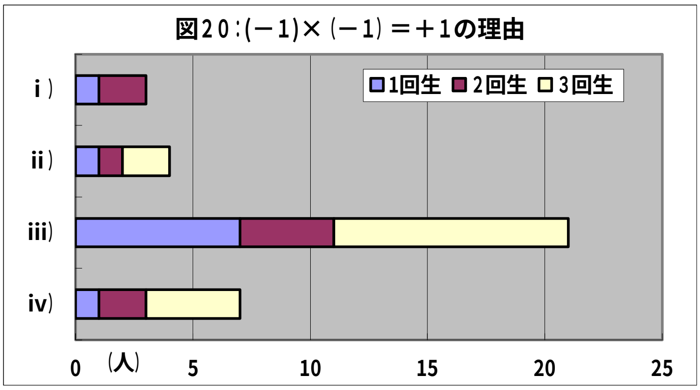
例・・異符号をかけると負になり、同符号をかけると正になる。「－」の「－」は「＋」だから。そうなるから。

（－１）×（－１）＝－（－１）＝＋１　　等々

iv）間違い、判断不可能

例・・両辺に(－１)をかけたり(－１)で割ったり(－１)を引いたりして求める。－１の単位元が－１である。等々

この分類において「図２０」で内訳を見てみる。



最も少ないのが、ｉ）となっている。これは、教科書に載っていた説明の仕方と似ているやり方である。それが、３回生ではいなく、合わせて３人というのは少なすぎる。まさに、負の数のかけ算の方法を暗記で覚えているといった証しであろう。暗記しているからこそ、本質を捉えた説明ができず、iii）のように意味をはっきりさせずにしか説明できないのだろう。③の負の数の減法と比べると圧倒的にiii）の割合が高く、ｉ）の割合が少ない。これは、かけ算の方が公式暗記に頼っていて、本質的な理解がなされていないことを示している。これには、負の数が０を基準として導入され、その時に１００円借金など実際の生活場面における逆の事象が結び付けられていることに、関係するだろう。その考えがそのまま加法、減法には用いられるが、乗法には実際場面と結びつくような事象が提示されにくい。そのせいで、どのようにそれが導き出されるかは式の上だけでなされて、肝心の部分が置き去りにされてしまっているのだ

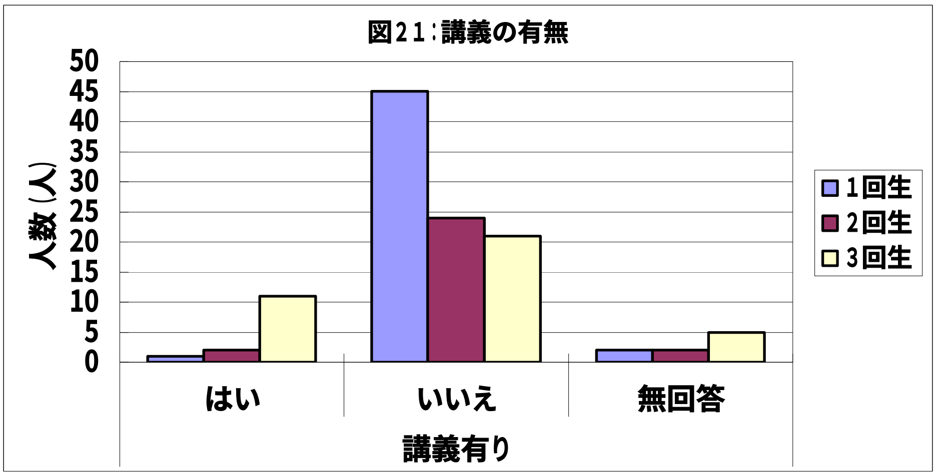
ろう。③と違ってⅳ）のところでは式を変形させて説明するという人が多かったのも、そのことが関係あるだろう。

また、代数的に説明を的確にしている人はいないに等しかった。ⅱ）の中でも、遠回りしてなんとかたどりついたものや、逆元という言葉だけのものも入っている。代数学の導入が群からであり、環をちゃんと理解している人がいないことも関係しているはずだ。逆元と答えた３回生二人の代数学の理解度は６０％と５０％であり、あまり高くない。ここでも、理解度があるからといって中学校の内容に下がってまで、考えられるとは限らないことが分かる。

（３）教科指導内容に沿う講義

また、この四つのように、実際の教科内容に関わることを大学でしていたかということを、明らかにするために、「このような実際の教科内容に沿った講義を受けたことがあるか」という質問もした。

「図２１」にその結果をまとめた。その結果を考察する。



明らかに教科内容に沿った講義が少ないことが分かる。３回生の少しの人を除いて、大半の人が講義はなかったと答えている。では、教育大学では、何を学んでいるのだろうと感じる。確かに、数学の生み出された背景やこれまでの歴史や、理論、専門数学なども学ぶべきだとは思う。しかし、一番大事なのは、教師になるという目標を持って大学に入学してきた学生の心に応えることではないだろう

か。教育大学に入ったのに、実際の教科内容のことは講義では習わず、教育実習や教師になってから学べといわんばかりである。

講義があったと答えた人には、「どの講義でどんな内容だったか」ということも質問した。その内訳は算数科教育法６人、小専数学、算数科教材開発、数学科教育法、数学科教材開発、数学の文化史、代数学がそれぞれ一人ずつである。同じ回生ならば同じ講義を受けているはずなのに、教科内容に沿っていると感じている人と感じていない人がいるのだろうか。質問の意図がよみきれなかったのかもしれないが、それでも算数科教育法以外は少数派にすぎない。

また、講義はなくとも別にかまわないのではないか、という考えを持っている人がいるのかどうかを検証するために、「実際の教科内容に沿った内容は大学のカリキュラム（講義や教育実習など）の中で学ぶべきだと思いますか？」という質問もした。

それによると、無回答者（１回生２人、２回生２人、３回生３人）を除いて全員が学ぶべきだと思うという回答だった。こう質問されると誰もがそう思うと答えそうだが、それでも圧倒的に学ぶべきだと考えている人が多いことが分かる。学ぶべきだとみな考えているのに、その内容が講義でほとんどなされていないと感じる人が多いのは明らかに問題だろう。教育実習などで実際に学ぶこともあるが、期間が短いということもあり、限界があるだろう。だからこそ、講義の中でこのような内容を取り上げるべきである。

実際に（２）で実施した小・中での基礎となる部分について、すべてにおいて正確に答えられた人はほとんどいない。将来教師になるものとして、このまま教師になっていいものかと感じる。本質を理解させずに、暗記させるだけならできるし、教科書に載っているのだからわざわざやらなくても良いといった考えもあるかもしれないが、それでは教師の意味がない。本質を知るからこそ、より良い授業ができるのであり、子ども達にわかりやすく伝えることができるのであるのに、と感じる。

ここでは、（２）のような内容を子ども達に説明しなければならないという前提で進めたのだが、そうは思わないと書いている人が一人いた。確かに本質的な部分は子どもには難しく理解させることが困難な場合があるだろう。しかし、（２）の内容は教科書にも出ているような基礎の部分にあたるのである。単なる公式暗記にさせるのと、なぜそうなるのかを説明するのとでは、子ども達の受け取り方も違ってくるだろう。ただ、ここで間違ってほしくないのは、専門数学の知識をそのまま説明するのではないということだ。③や④では、代数学の知識を用いて説明することが本質であると考えるが、子ども達には少々難解で理解できないだろう。本質は本質で理解しておけば、教材を見る力がつくし、ここはこう説明できるという前提を持つことによって、裏付けのある授業ができる。しかし、子ども達には子ども達向けに分かりやすく説明しなければならない。そこで、教科書に載っているような実際の場面のようなものを取り出して、説明しているのである。

第４章　大学数学に関する学部生の思い

私自身に関しては、これまで大学数学に関しての思いを述べてきた。では、他の学部生はどうなのか。それを明らかにするために、「算数・数学に関して学びたいこと」「大学数学に関して何かあれば」という二つの質問をした。（※参考資料２に全意見を記載）

（１）算数・数学に関して学びたいこと

これには、１回生４０人、２回生２１人、３回生３４人が記入していた。全体の８割以上である。やはり、算数や数学に対しての意欲や要望はあるのだろう。

これにも傾向があり、三つに分類ができる

ｉ）算数・数学の指導法

例・・算数・数学の教え方。どのようにすれば理解させや

すくなるか。なんでこうなっているかを教えられるように学びたい。　　等々

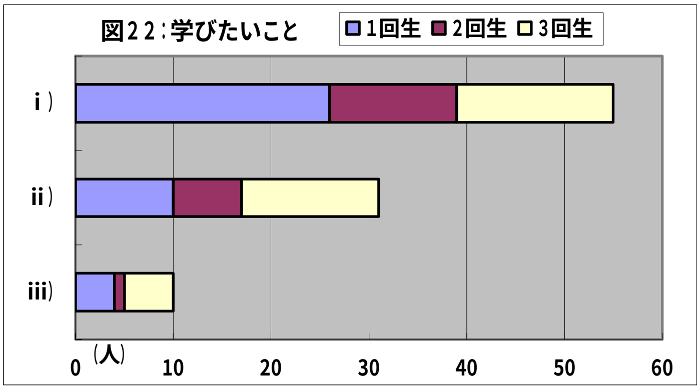
ii）算数・数学の教育内での具体的な内容

例・・教科書にでてくる定義についての証明。算数がなぜ必要なのか。数学史と日本数学教育の歴史。　　等々

iii）算数・数学それ自体

例・・数学に関する雑学。数学に関する面白い話。数学って何なのか。数学のすべてについて。　等々

この分類における内訳を「図２２」で考察する。



iii）ii）i）の順番で多くなっている。やはり、教師になろうと考えている人が多いからか、指導法を学びたいという人が圧倒的に多い。特に１回生では、教師への強い気持ちはあるものの、まだ教科教育法や、教育実習など、指導法に関することは学んでいないため指導法を学びたいという気持ちを持った人が多い。その逆で３回生になると、指導法に関する講義などは終わっているため、指導法への気持ちは薄くなり、ii）などの数学のもっと深い定義の意味や、歴史などに興味が移り始めているのだろう。iii）とii）の人数の差が他の回生と比べて小さい

ただやはり、どのようにして教えれば理解させやすいかなどが、圧倒的な数を占めているが、指導法といってもその中身が大事である。理論などを学んでこのように導入すれば良いとか、このような道具を用いればよいなどを学ぶことも必要だ。しかし、それを行う

ためには、基礎として、教える内容の本質的な理解が必要となってくる。ⅱ）のような定義の説明や、算数がどうして必要かなどを学ぶことも大事なのではないだろうか。

さらに、「学びたいことを学ぶ場はどこだと思いますか」という質問も実施した。この選択肢として、大学・本など・教育実習・ボランティア・その他の五つを選んだ。

ⅰ）では、大半が教育実習で学ぶべきだと答え、大学や本などが少数派だった。しかし、ⅱ）では、大半が大学であり、本などが少数。教育実習と答えた人はほとんどいない。

このことから、指導法は実際に子どもの前に立ってやることで学ぶことが一番だと考えているのだろう。やはり、教師になる上で教育実習はかなり大きなウェイトを占めているということだ。しかし、その教える内容についての吟味は大学に期待している部分が大きいようだ。本で学ぶということも考えられるが、大学のカリキュラムの中で教師になるものとしての二本柱である、指導法と教科内容については教えてほしいと考えているようだ。

（２）大学数学に関して何かあれば

これは、自由記述形式で質問したため、回答者が少なかった。しかし、ここに書くことこそ率直な大学数学に関する意見だと考える。記入していたのは、１回生２０人、２回生１２人、３回生１４人。半分にも満たない数だが、ここに書かれていた意見は大事にしたい。

これも三つに分けて分類してみる。

ⅰ）講義に対する思い

例・・急に知らない記号を使うので対応できない。難しいし、面白くない。抽象的すぎる。やっている意味がわからない。等々

ⅱ）講義に対する要望

例・・教師になるつもりでいるんだから、役立つことをし

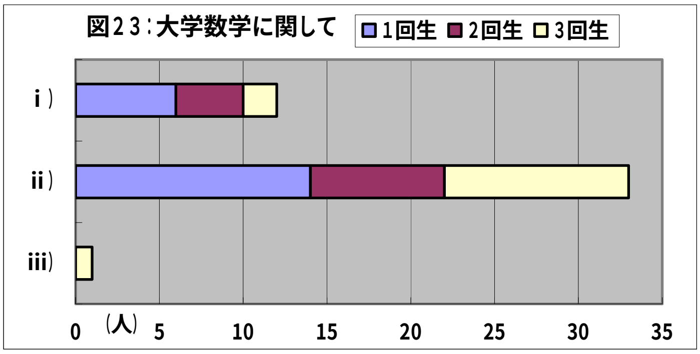
てほしい。もっと使えることをしてほしい。(２)「第３章」のような内容をとりあげてほしい。　等々

ⅲ）具体的にこれをやってほしい

例・・整数論をもっと詳しくやってほしい。　等々

この分類における内訳を「図２３」で見て、以下で考察する。

ⅲ）は整数論をやってほしいという一人だけだった。ｉ）の多く



には、講義が難しい、理解できないといった意見があった。やはり、高校までとの内容の差に戸惑う人が多いのであろう。理解度を見てもわかるように、ほぼ講義内容を理解できている人が少ないので、大学数学に関して、興味をなくし始めている人がいることは確かであろう。

ここで、とりあげたいのは、ⅱ）の内容である。特に３回生の中での割合が多く、もっと教師になった時に役に立つ内容をしてほしいということを願っている。また、この要望はどの回生にも平均して持たれている意見となっている。具体的な意見を挙げてみると、「教育大学だから、高校までの内容に戻って大学で得た専門知識も活用して、復習するような講義も加えてほしい」「もっと現場の求めていることに注目したい」「教育の数学だからその点を考えてほしい。兵庫教育大学ではもっと実践的なことをやっている」などなど。

これまでの第２・３章の中で述べてきたように、専門数学をほぼ理解し、満足している人の割合が少なく、専門数学が小・中学校で役に立つと考えられる割合も多くない。また、実際の教科内容に関わる講義があまりないと感じていて、小・中学校の本質的なところ

の理解が進んでいない。このような現状におかれている学部生にとって、ⅱ）のよう意見が最も多くなるのは当たり前である。

ⅱ）の内訳が、仮に3回生になるにつれて少なくなって、3回生ではほとんどの人が実際の教科内容に沿った講義を受けて、小・中に役立つと思っていれば問題はないだろう。これまで見てきたように3回生になるに従って、少しはそういう考えを持っている人がいるのも事実だが、以前変わらず、学ぶ意味を模索しながら大学の講義を受けている人もかなりいるということだ。

おわりに・・・

近年、理数離れが声高に叫ばれている。これには、数学や理科に対して苦手意識をもったり、興味を持つことができなかったりすることが関係しているはずだ。これから教師になろうとしている人が、大学で学ぶ専門数学は楽しくない、面白くないと感じることがあるとすれば問題であろう。確かに、このように感じている学生に関しては、学生側の学習不足や、理解力不足もあるのだろう。私も実際に講義を受けてきたものとして、学生側の講義に向ける態度の低さであったり、分からないことを考えようともしなかったりという面はとても感じる。しかし、教授する側も、大学数学の講義について改めて考えて頂けたら喜びである。それは、専門数学だけでなく、算数教育・数学教育に関しても言えることだと思う。これまでも様々な方法でこの問題に取り組んできていただけたこととは思うが、いま一度、一般大学ではなく『教育大学』で数学・算数教育・数学教育を教えることの意味を考えて頂きたい。専門数学の知識を、今後教師になるものとして、どのように役立てたら良いのか、そして、どのように教えるべきなのかを私たちは学びたいのである。

最後に、アンケートに御協力頂いた学部生の方、また様々な意見をくれたゼミ生、アンケート調査のために貴重な講義時間を割いて頂いた馬場先生はじめ他の数学の先生方に、この場を借りて御礼を申し上げます。

大学数学に関するアンケート

小学校教員養成課程数学専攻
馬場ゼミ　４回生　有村健二

初めまして、小学校数学、代数学専攻、馬場ゼミ４回生の有村と申します。今回、卒業論文とは別に副論文として、**数学専攻の皆さん方だけ**に大学数学に関するアンケートを行いたいと思います。お手数ですが、**正確なデータを取りたいので周りとは相談せずに、自分なりの意見**を書いてくださるよう宜しくお願い致します。

なお、このアンケートは副論文のためだけに使用することを保障いたします。

（　　　）回生　　（　　　）専攻

教員志望　（　はい　　いいえ　）

志望校種　（　小学校　中学校　高校　その他（　　　　））

１、あなたがこれまでに講義を受けた専門数学（幾何学、解析学（微分積分学）、代数学）について質問します。
これまでに受けた講義を総合的に判断して０～１００％でお答え下さい。

ｉ）幾何学について
講義にどの程度出席しましたか？　（　　）％
講義はどの程度理解できましたか？　（　　）％
講義に対してどの程度満足しましたか？　（　　）％

ⅱ）解析学（微分積分学）について
講義にどの程度出席しましたか？　（　　）％
講義はどの程度理解できましたか？　（　　）％
講義に対してどの程度満足しましたか？　（　　）％

ⅲ）代数学について
講義にどの程度出席しましたか？　（　　）％
講義はどの程度理解できましたか？　（　　）％
講義に対してどの程度満足しましたか？　（　　）％

２、教師になった時に、専門数学（幾何学、解析学（微分積分）、代数学）で学んだ内容が、小・中の算数、数学教育を行う上で役立つと思いますか？
ｉ）小学校で役立つと思う　（　はい　　いいえ　）
なぜそう思うか詳しく理由を述べて下さい。

ⅱ）中学校で役立つと思う　（　はい　　いいえ　）
なぜそう思うか詳しく理由を述べて下さい。

３、それでは、将来あなたが教師になるとして、**算数・数学に関して**学んでおきたいことは何ですか？

また、それを学ぶ場はどこだと思いますか？一つ選んで下さい。

① 大学の講義で
② 自ら本などを読んで
③ 教育実習で
④ ボランティアなどで
⑤ その他 （ ）

４、以下にある質問文は、算数、数学の代数分野において基礎になっている内容です。簡潔に自分なりの説明をして下さい。
何通り書いても結構ですし、わからない場合は空白で結構です。

ｉ）割り算の意味は一般的に二つあると言われていますが、１２個のケーキがあるという状況で割り算を用いる問題文を二つ示して下さい。

ⅱ）「ある数を分数で割ること」は「ある数にその分数の逆数をかけること」と同値になるのはなぜですか？（具体例を出しても結構です。）

iii）－（－１）＝＋１　となる理由を示して下さい。

iv）（－１）×（－１）＝＋１　となる理由を示して下さい。
（負の数×正の数＝負の数、正の数×負の数＝負の数は使用可です）

また、これらの説明をどこで学びましたか？一つ選んで下さい。
その他の場合はそれぞれ（　）内に記入して下さい。

ｉ）(　　　　　　)　　ii）(　　　　　　)

iii）(　　　　　　)　　iv）(　　　　　　)

①小学校で
②中学校で
③高校で
④大学で
⑤自ら本などを読んで
⑥教育実習で
⑦今、考えた

注：質問事項があいまいだったため活用せず。

５、これらの質問は実際に教師になった時に、子ども達に説明しなければいけないと思います。
このような実際の教科内容に沿った内容を大学の講義で受けましたか？

（　はい　　　　いいえ　）

「はい」と答えた方に質問です。
それは何の講義で、どのような内容でしたか？

このような実際の教科内容に沿った内容は大学のカリキュラム（講義や教育実習など）の中で学ぶべきだと思いますか？

（　はい　　　　いいえ　）

６、最後に大学数学に関して何か要望や意見などがあれば書いて下さい。

以上です。貴重な時間をありがとうございました。

＜アンケート結果＞
「算数・数学に関して学びたいこと」

◎１回生

ｉ）生徒への教え方。楽しい算数の教え方。理解しやすいような教え方。分かりやすく教えるためにはどうすればよいか。授業の進め方や教え方。授業の仕方と高校までの知識を完璧にする。正しく答えられる知識や理解してもらえるような教え方。算数の教え方。分かりやすく教えるやり方。どのように教えれば算数が理解できるのか。わかりやすい教え方。接し方､教え方。子どもがどこでつまずきどうすればわかりやすく教えられるか。どんなところが苦手な人にとってわからないか。基本的なことの指導のやり方。どうやったら面白く数学を教えられるか。苦手な子により理解しやすく教える方法。その答えがどのように考えて、どのように解けばできるのか。基礎知識、教え方。算数・数学の教え方。なんでこうなっているのかを教えられるように学びたい。数学教育学。小学校での教え方。根源的なもの。図形などにおける様々な回答に向かうプロセス。どのような流れで教えるか。

ⅱ）教科書にでてくる定義についての証明。円周率。複素数の応用。基礎理論、数学史．理論。数の概念＋－×÷の概念。定義､定理の理解、公式の利用法。中・高の内容のすべてプラス興味をひける発展的な内容。公式で特に名前のついているやつ。どんなに簡単なことでもちゃんと理解したい。

ⅲ）数学の土台になっているもの。数学って何なのか、どうすれば楽しさを伝えられるのか。数学の考え方と数学の面白さの伝え方。数学全般のマメ知識。

◎２回生

ｉ）どういうふうに教えると生徒は分かりやすいか。どのような教え方をしているのか。指導方法。苦手意識をなくすためにはどうするか。苦手なところの教え方。講義のスピード、生徒対応など、知識ではなくテクニック。授業の指導内容。教える手順や工夫など。どのようにすれば子どもが興味関心をもち、理解できるのか。教育法。色んな先生の教え方。数学における教え方。教え方。

ⅱ）算数の深い概念。なぜそうなるのか？を理解したい。一つ一つの公式の意味。公式などの証明本質の理解。教える内容のもとになっている箇所について学んでおきたい。何でも答えてあげられるようになる。質問に対し的確な答えが出せるようにしたい。

ⅲ）算数・数学自体。

◎３回生

ｉ）算数・数学の教え方。小学校分野の中身をもっと深く。それぞれの分野に対しての教育法。どのようにすれば理解しやすくなるか。分数・式など色々な分野における学習、教え方。生徒に関心を持たせる教え方。覚えるのではなく導く算数・数学をもっと知りたい、また児童生徒の考え。専門知識と教師になった時にぶつかる問題。現在の学習指導要領。よりよい教え方。授業の進め方、意見の引き出し方。授業の展開。教育方法。わかりやすい教え方。実践的なこと。疑問の出やすいところを理解したい。

ⅱ）算数がどうして必要なのか。定義や定理がなぜ設定されたのか。年齢における数の理解。整数論、児童の数の理解の仕方。算数・数学がどのようにして考えられたのか。明らかといわれていることは本当に明らかなのか。数学の根本。基礎。数学や算数の問題を効率よく考え、解決する力。数学の歴史、なぜ＋は足す、数の秘密など子どもに話せること。数学史と日本数学教育の歴史。数学の歴史。算数・数学を学んだことで子どもがどう変わるか。

ⅲ）数学に興味を引くような問題。算数・数学における楽しいゲームや問題。数学に関する雑学。数学に関する面白い話。数学のすべてについて。

「大学数学に関して何かあれば」

◎１回生

ｉ）急に知らない記号などを使うので対応できない。難しい。面白くない。もう少しゆっくりわかりやすく教えてほしい。文字が多くて非常に苦しい。難しい数学ばっかりで早くて大変。数学的小ネタが欲しい。

ⅱ）難しいことばかりではなく、人がわかりやすいなどと思える納得のいく解き方を教えて欲しい。もっと教育するものの立場にたった時のための授業を増やした方が良い。教師になるつもりでいるのだから役立つことをしてほしい。教育現場で役立つ数学をするべき。もっと実際教師になった時に役立つようなことを教えてほしい。今やっている難しいことをする意味がわからない。もっと勉強する意味を教えてほしい。学校に沿った内容を学びたい。専門も学びたいけどこんなの（第３章（２）の内容、以下指示語なら同じ意味）も学びたい。これやって。これをやるべき、強く共感する。大学でしか勉強しないようなことも学びたいが、中・高での内容をより奥深く学びたい。こんな単純やけど実は難しいことをもっと勉強するべき。

◎２回生

ｉ）速い難しいわからない。抽象的すぎる。おもしろさがわからない授業が多い。難しすぎる。高校数学レベルが違いすぎる。

ⅱ）教え方を教えて欲しい。もっと学ぶ範囲を広くしてほしい。もっと使えることも教えてほしい、数学専攻なのにそういうことは関係のない授業でしか教えてもらったことない。専門数学を学ぶ前に学ばなければいけないことがたくさんある。教科内容に沿ったものをもっと学ぶべき、教育の数学だから、その点を考えてほしい、兵教はもっと実践的なことをしている。教科内容に沿ったカリキュラムをくんで欲しい。教員養成課程として教育に必要な知識を教えて欲しい。もっと例題などを与えて欲しい。

◎３回生

ｉ）難しいしめんどくさい。ホトホト疲れた。

ⅱ）高校・大学間にワンクッションおくようなこともあればありがたい。小～高で学んだものとはあまりにかけはなれている。もう少し将来役立ちそうな問題を扱ってほしい。面白いとはたまに感じるが、将来には役立たないと思う。専門的な勉強も大事だが、教育大学だから高校までの内容にもどって大学で得た専門知識も活用して復習するような講義も加えてほしい。もっと小中高の数学（算数）を教えてほしい。実際の現場で役立つ数学の教え方を学べる講義があれば良い。このような内容を取り組んで欲しい。もっと現場の求めていることに注目してきたい。実際の現場で使えるような知識を学習したい。もっと教師になった時に役立つことを学びたい。

ⅲ）整数論をもっと詳しくやってほしい。