

境界要素法を用いた音響解析による耳介形状の検討

Examination of Pinna Shape by Acoustic Analysis based on Boundary Element Method

公文誠 石飛光章

Makoto KUMON and Mitsuaki ISHITOBI

熊本大学

Kumamoto University

kumon@gpo.kumamoto-u.ac.jp

Abstract

Pinna plays an important role to provide the direction of the sound source as frequency domain auditory cues, and its shape is said to have strong influence on how it encodes the direction. As the shape of the pinna is complicated, it is not trivial to form the shape to fit the objectives for auditory robots. This paper provides a method to optimize its shape through numerical simulations based on boundary element method that was proposed to estimate Head Related Transfer Functions by Otani et.al. In order to realize efficient optimization procedure, the gradient of the cost function is approximated by Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation method instead of computing the gradient itself since it is computationally heavy. An example of this optimized pinna is also shown in this paper.

1 はじめに

人と共存するロボットを実現する上で、人との対話や電話のベルのような音記号を認識する聴覚機能は必須の機能の一つであり、音源の位置や方向を認識する音源定位はこの聴覚の重要な能力の一つである。これを実現する方法に、複数の受聴点で観測された音信号をもとに受聴点間の音信号の到達時間差により方向を推定する方法がある。しかし、マイク数が制限される場合、到達時間差による方法が適用できないことがある。例えば、人や猫などの動物では2つしか耳を持たず、前述のアプローチでは正中面の音源方向を区別できない。一方、人間などの動物は耳介に複雑な形状を有し、耳介が反射や回折によって音信号に対して方向依存性のフィルタとして働くことが知られている [Shaw, 1968]。このため、音源の周波数特性など一定の情報が見られれば、周波数領域での特徴量を用いた音源方向の推定が可能である。特にゲインが急峻に低減する帯域は耳介ノッチと呼ばれ、音源方向の関数になっていることが知られている。

ところで、ロボットにおいて同様の機構を考えた時、その形状をどのように設計すれば良いかは自明ではない。本研究では、耳介が実現すべき機能として周波数特徴量に音源方向を精度良く埋め込むことを目的とし、所望の周波数特性に近い特性を持つ耳介形状を設計することを考える。周波数特性から耳介形状を得ることは容易ではないため、与えられた耳介形状から周波数特性を求め、これを所望の特性に対して最適化することで形状を設計する。このアプローチでは形状から周波数特性を繰り返し計算する必要が生じる。大谷らの境界要素法を用いた頭部伝達関数 (Head Related Transfer Function, HRTF) 計算手法 [Otani, 2006] は計算に効率が良く、本研究の目的に適している。また、耳介の複雑な形状を十分に表現するためには、大自由度の形状パラメータが必要になるが、これらの値を決定するためには大規模の最適化問題を解くことになる。ここでは大自由度の最適化計算に利点のある同時摂動確率近似 [Spall, 1992] により勾配を近似的に求める最適化手法を適用する。

2 耳介の周波数特性

2.1 耳介ノッチ

耳介はその複雑な形状から、音到来方向に依って周波数特性が変化することが知られており、特にゲインが急峻に減少するノッチは音到来方向の手がかりとして動物が活用していると言われる [Batteau, 1967]。しかしながら、通常耳介ノッチと音源方向との間には複雑な関係があり、また複数のノッチが互いに重なり周波数帯域に存在することなどから、耳介ノッチそのものの検出は容易ではない。図1に Shimoda ら [Shimoda, 2006] の用いた耳介での周波数応答の一例を示すが、この図の情報だけからノッチを適切に検出することは不可能で、Shimoda らは周波数応答の時間的変化と事前知識を組み合わせる方法を考えている。

ノッチ周波数と音源方向の関係がシンプルで、ノッチ形

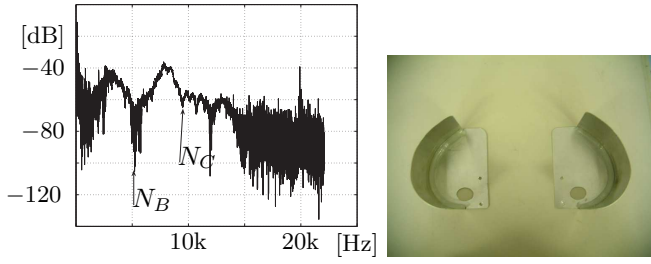


Figure 1: 耳介ノッチの例 (Shimoda らによる [Shimoda, 2006])
周波数応答 (左図) およびロボット用耳介 (右図)

状がはっきりしたものであれば、より簡単な方法で精度良く音源方向が推定できると考えられる。これらの特性は耳介の形状によって定まるため、適切な耳介形状を得ることが目的に合う耳介を設計することになる。

2.2 境界要素法にもとづく計算法

ここでは Otani らによって提案されている境界要素法による HRTF の計算法 [Otani, 2006] の概略を示す。演算の詳細等は文献を参照されたい。

HRTF は音源から受聴点の間に頭部などの境界を持つる場において、ヘルムホルツ方程式

$$\nabla^2 P(\mathbf{x}) + k^2 P(\mathbf{x}) = f \quad (1)$$

を解くことで求めることができる。ここで $P(\mathbf{x})$ は音圧、 k は波数、 f は外力を表わす。今、(1) を小要素によって離散化した場合 (要素数を M とする)、各要素での音圧の関係は次のようになる。

$$\left(\frac{1}{2} \mathbf{I}_M + \mathbf{G}_n + j\omega\rho\mathbf{G}\mathbf{Y} \right) \mathbf{P} = \mathbf{g}(\omega) \quad (2)$$

ここで \mathbf{P} は要素上の音圧からなる音圧ベクトル、 \mathbf{I}_M は M 次の単位行列、 ρ は媒質密度、 ω は角周波数を表わし

$$\begin{aligned} \mathbf{G} &= \left[\int \int_{S_j} G(\mathbf{x}|\mathbf{x}_j) dS \right] \in \mathbf{C}^{M \times M} \\ \mathbf{G}_n &= \left[\int \int_{S_j} \frac{\partial}{\partial n} G(\mathbf{x}|\mathbf{x}_j) dS \right] \in \mathbf{C}^{M \times M} \\ \mathbf{g} &= [G(\mathbf{x}_i|\mathbf{x}_j)] \in \mathbf{C}^M \end{aligned}$$

である。ただし、 S_j は j 番目の要素を示し、 $G(\mathbf{x}|\mathbf{y})$ は \mathbf{x} と \mathbf{y} における Green 関数、 $\frac{\partial}{\partial n}$ は要素の法線方向への微分を表すものとし、 \mathbf{Y} は各要素の音響アドミタンスを要素に持つ対角行列とする。

音圧ベクトル \mathbf{P} を用いれば、受聴点 \mathbf{s} における音圧 $P_s(\omega)$ は

$$P_s(\omega) = g_s(\omega) - (\mathbf{G}_{ns} + j\omega\rho\mathbf{G}_s\mathbf{Y}) \mathbf{P} \quad (3)$$

と表わせる。ここで

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_s &= \left[\int \int_{S_j} G(\mathbf{x}|\mathbf{s}) dS \right] \in \mathbf{C}^M \\ \mathbf{G}_{ns} &= \left[\int \int_{S_j} \frac{\partial}{\partial n} G(\mathbf{x}|\mathbf{s}) dS \right] \in \mathbf{C}^M \\ g_s &= [G(\mathbf{o}|\mathbf{s})] \in \mathbf{C} \end{aligned}$$

であり、 \mathbf{o} は音源位置を表す。

音源の各位置について以上を計算すれば、HRTF を得ることができる。(2) における線形方程式を繰り返し解くことになり計算コストが大きい。Otani らによれば、以下の方法でこの計算を効率化できる。HRTF の計算では境界要素と受聴点の幾何学的関係は不変であるので、(2) において境界要素・受聴点の関係のみに依存するベクトル \mathbf{Q} を

$$\mathbf{Q} = (\mathbf{G}_{ns} + j\omega\rho\mathbf{G}_s\mathbf{Y}) \left(\frac{1}{2} \mathbf{I}_M + \mathbf{G}_n + j\omega\rho\mathbf{G}\mathbf{Y} \right)^{-1} \quad (4)$$

とおくと、この \mathbf{Q} を用いて (3) を

$$P_s(\omega) = g_s(\omega) - \mathbf{Q}\mathbf{g}(\omega) \quad (5)$$

と表わせる。(4) は \mathbf{Q} について M 個の線形方程式から成るので、 \mathbf{Q} を求めるには右辺の逆行列を求める必要はなく、適当な求解法を用いることで演算量を減らすことができる。また、 \mathbf{Q} は音源位置に依らず、 g_s および \mathbf{g} は容易に計算できることから、様々な音源位置に対して $P_s(\omega)$ を計算する際、線形方程式を一度解けば十分に計算効率が良い。

本研究ではこの HRTF 計算法における境界要素の配置を耳介に合わせて、耳介の周波数特性の計算法とする。

2.3 設計パラメータに対する感度：勾配

一般に境界要素法などを用いた形状最適化には、形状等を指定するパラメータに対する評価関数の勾配 (感度) を計算し、適切なパラメータ更新を行う。勾配を求めることを考え、(5) を各境界要素の位置 x_i について微分すると

$$\frac{\partial}{\partial x_i} P_s(\omega) = \frac{\partial}{\partial x_i} g_s(\omega) - \left(\frac{\partial}{\partial x_i} \mathbf{Q} \right) \mathbf{g}(\omega) - \mathbf{Q} \left(\frac{\partial}{\partial x_i} \mathbf{g}(\omega) \right)$$

となる。 g_s および \mathbf{g} の微分は容易に実行できるが、右辺第 2 項は計算量の観点から注意を払う必要があるが、

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \frac{1}{2} \mathbf{I}_M + \mathbf{G}_n + j\omega\rho\mathbf{G}\mathbf{Y} \\ \mathbf{B} &= \mathbf{G}_{ns} + j\omega\rho\mathbf{G}_s\mathbf{Y} \end{aligned}$$

とすれば、

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \mathbf{Q}\mathbf{g}(\omega) = \left\{ \frac{\partial}{\partial x_i} \mathbf{B} - \mathbf{Q} \frac{\partial}{\partial x_i} \mathbf{A} \right\} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{g}(\omega)$$

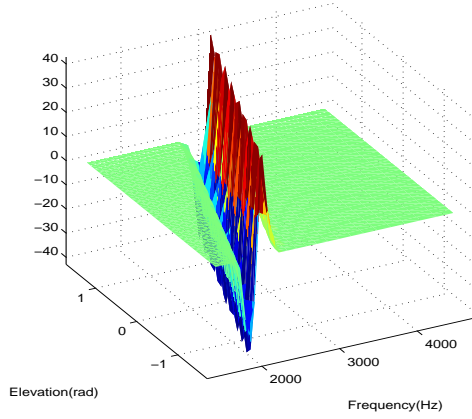


Figure 2: dP_d の例

となり, 再度 (4) を解くのと同等の計算量が生じることが分かる. また, 上記をパラメータの数だけ繰り返し計算することになる. このことから, 大自由度のパラメータを持つ最適化問題に対して上記の勾配を直接計算する方法は計算コストが大きく現実的ではない. 以下では, 勾配を直接求めない計算方法を示す.

3 形状の最適化

3.1 設計目的と評価関数

本研究では耳介形状を適切に選ぶことで周波数特性を所望の特性に近づけることを考える. ここでは, 理想とする周波数特性として明瞭な耳介ノッチを有するものと考え, 以下のように周波数帯域 f_l から f_h の間で音源方向に対して線形に耳介ノッチ周波数 f_n を持つものとする.

$$f_n(\theta) = \frac{f_l + f_h}{2} + \frac{f_h - f_l}{\pi} \theta \quad (6)$$

θ は音源方向を表す.

また, 所望の音圧特性 $P_d(\omega)$ は以下のモデルでノッチを表現する.

$$P_d(\omega, \theta) = 1 - \exp\left(-\frac{(\omega - f_n(\theta))^2}{2\sigma^2}\right) \quad (7)$$

ここで σ はノッチの広がりを与える定数. ただし, 音圧の大きさそのものは重要ではないため, (7) を ω についての微分に比例する次の

$$dP_d(\omega, \theta) = C_{dP}(\omega - f_n(\theta)) \exp\left(-\frac{(\omega - f_n(\theta))^2}{2\sigma^2}\right) \quad (8)$$

を規範とする (dP_d の一例を図 2 に示す). ただし, C_{dP} は適当に定める係数. 同様に音圧の周波数についての微分を $dP(\omega, \theta)$ と表せば, 形状最適化のための評価関数として

$$J = \sum_{\theta \in \Theta} \sum_{\omega \in \Omega} \|dP(\omega, \theta) - dP_d(\omega, \theta)\| \quad (9)$$

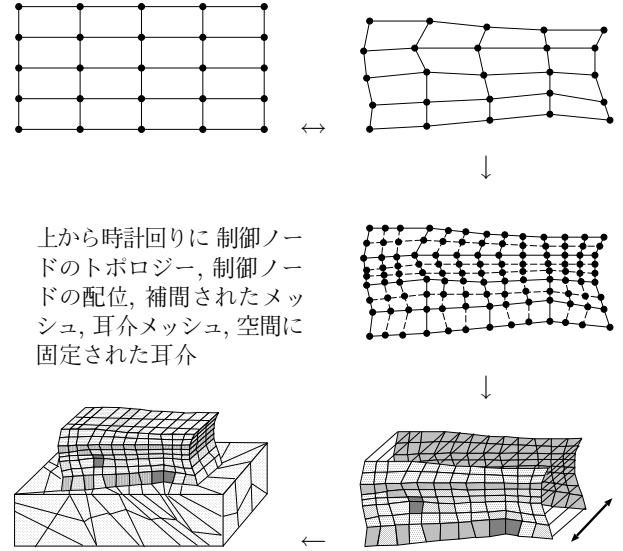


Figure 3: 耳介の形状モデル

を考慮することができる. ここで Θ および Ω はそれぞれ考慮する音源方向および周波数成分からなる集合を示す.

3.2 耳介形状のモデル

十分な精度で周波数特性を計算するには, 耳介の境界要素に多数の小さな要素を用いる必要があるが, 要素数が増えれば形状パラメータ数が増えるため計算量の面で望ましくない.

ここでは, 少ない点数の粗い 2 次元格子を成す制御ノードを形状パラメータと考え, 周波数特性の計算には制御ノードを補間した後, 3 次元形状に変形することで耳介を表現することとした. 詳細を以下に示す.

1. 2 次元格子 i, j の点における制御ノードを c_{ij} と表し, c_{ij} はノードの 3 次元座標を保持するものとする. このため, 最適化する形状パラメータは $3N$ 個 (N は制御ノードの数) である.
2. 周波数特性を計算するための細かい境界要素には制御ノード間を適当な間隔で細分化し, 多項式近似によって滑らかに補間した小要素からなる 2 次元メッシュを作成する.
3. 耳介は薄板を折り曲げた構造と考えられるため, 得られたメッシュを各要素の法線方向の正負に適当な距離移動させた点を耳介表面上の点とし, 耳介表面を小要素で表現する (耳介メッシュ).
4. 耳介を適当な位置に配置するため, 空間に固定した長方形型のメッシュと耳介メッシュを適当な方法で接続する.

3.3 勾配の同時摂動確率近似と形状最適化

前述の通り, 評価関数 J の設計パラメータに対する勾配を直接求めることは, 計算量の観点から現実的ではない. わずかに異なる設計パラメータの組に対して周波数特性を評

価し、これらの差分によって勾配を近似的に求めることが考えられるが、 $3N$ 個のパラメータ全てについて差分を求めることは、結局 $3N$ 回 J の差分を評価することになり、勾配を求めるのと同程度の計算量が必要で、問題の解決にならない。そこで、少ない評価回数でパラメータ更新を行う勾配の同時摂動確率近似 (Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation) による最適化手法 (以下 SPSA と略記) を利用する。

SPSA では、まず以下のようにパラメータの全ての要素に同時に摂動を与える。

$$c_{ij,k}^{\pm} = c_{ij,k} \pm c_{p,k} \delta$$

ここで、 k は最適化計算のステップ数、

$$c_{p,k} = \frac{c_{p,0}}{(k+1)\gamma}$$

であり、 $c_{p,0}$ 、 γ は適当な定数、 δ はどの要素も 0 にならないような適当な確率分布に従う確率変数からなる摂動ベクトルである。

この一対の摂動を受けたパラメータの組に対してパラメータ要素 i, j についての J_k の差分 $dJ_{ij,k}$ を

$$dJ_{ij,k} = \frac{J(\{c_{ij,k}^+\}) - J(\{c_{ij,k}^-\})}{c_{ij,k}^+ - c_{ij,k}^-}$$

とする。これらを用いてパラメータを

$$c_{ij,k+1} = c_{ij,k} - a_{p,k} dJ_{ij,k} \quad (10)$$

と更新する。ここで

$$a_{p,k} = \frac{a_{p,0}}{(k+A+1)^\alpha}$$

であり、 $a_{p,0}$ 、 A 、 α は適当な定数。

以上のように最適化の各ステップでは 2 回 J を評価すれば良く、大自由度の最適化問題や評価関数の計算コストの大きい場合有効な方法である。最適解に辿りつくには多くのステップが必要になることがあるが、本研究で扱う問題のように、必ずしも最適解が必要なのではなく、仕様を満たす解が求まれば十分である場合や、局所的な改善を得ることが目的である場合は、SPSA に利点があると考えられる。

なお、SPSA の各パラメータは問題にあわせて適当に設定する必要がある。 α 、 γ については [Spall, 1998, SPSA] によればそれぞれ 0.602、0.101 にするのが良いとの指針があるので、本研究でもこれらの値を用い、残るパラメータについては試験的な最適化計算の結果をもとに適当な値を設定することとした。また、(10) より摂動が小さい場合更新ステップが大きくなり過ぎること、対象とする問題によっては摂動が大きすぎると正しい勾配が求められな

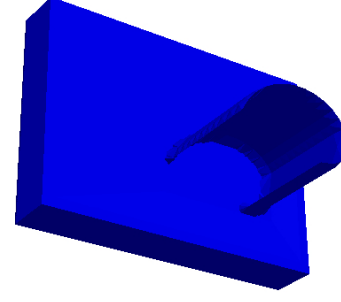


Figure 4: 耳介の初期形状

いことが考えられる。本研究では過大な更新を防ぐため (10) に替え

$$c_{ij,k+1} = c_{ij,k} - a_{p,k} \tanh(\beta dJ_{ij,k})$$

を更新則として用いることとした (β は適当な定数)。

4 数値例

上述の方法で形状最適化を行った例を示す。

4.1 初期形状

Shimoda ら [Shimoda, 2006] に倣って、対数らせん型の薄板状の耳介を初期形状として用いた (図 4)。耳介の高さは 61mm、開口部が約 46mm 程度であり、受聴点はらせんの中央付近の台座上 1mm の点とした。また、板厚は 2mm である。

4.2 条件

ここでは、(6) における f_l 、 f_h をそれぞれ 1700Hz、2300Hz とし、2kHz を中心に方向に対して線形にノッチを得ることを目的とした。

Table 1: 最適化パラメータ

Θ :	$[\pm 1.5708, \pm 1.4708, \pm 1.3709, \pm 1.2707, \pm 1.1708, \pm 1.0708, \pm 0.9709, \pm 0.8708, \pm 0.7708, \pm 0.6706, \pm 0.5709, \pm 0.4708, \pm 0.3708, \pm 0.2702, \pm 0.1708, \pm 0.0709, 0]$ (rad) (33 点)
Ω :	$[1.5523, 1.6299, 1.7114, 1.7970, 1.8869, 1.9812, 2.0803, 2.1843, 2.2935, 2.4082, 2.5286, 2.6550, 2.7877, 2.9271, 3.0735]$ (kHz) (15 点)
A :	2, $a_{p,0}$: 9.0^{-4} $c_{p,0}$: 4.0×10^{-5} β : 2×10^{-3}
C_{dP} :	0.5 σ : 100
繰り返し回数上限 : 100 回	

音源は耳介の開口部方向の半径 0.5m の半円上に配置し、計算対象の周波数は最適化対象とする帯域を含むよう対数刻みで 1.5kHz から 3.0kHz 程度の帯域とした。最適化計算に用いたパラメータの値を表 1 にまとめた。また、摂

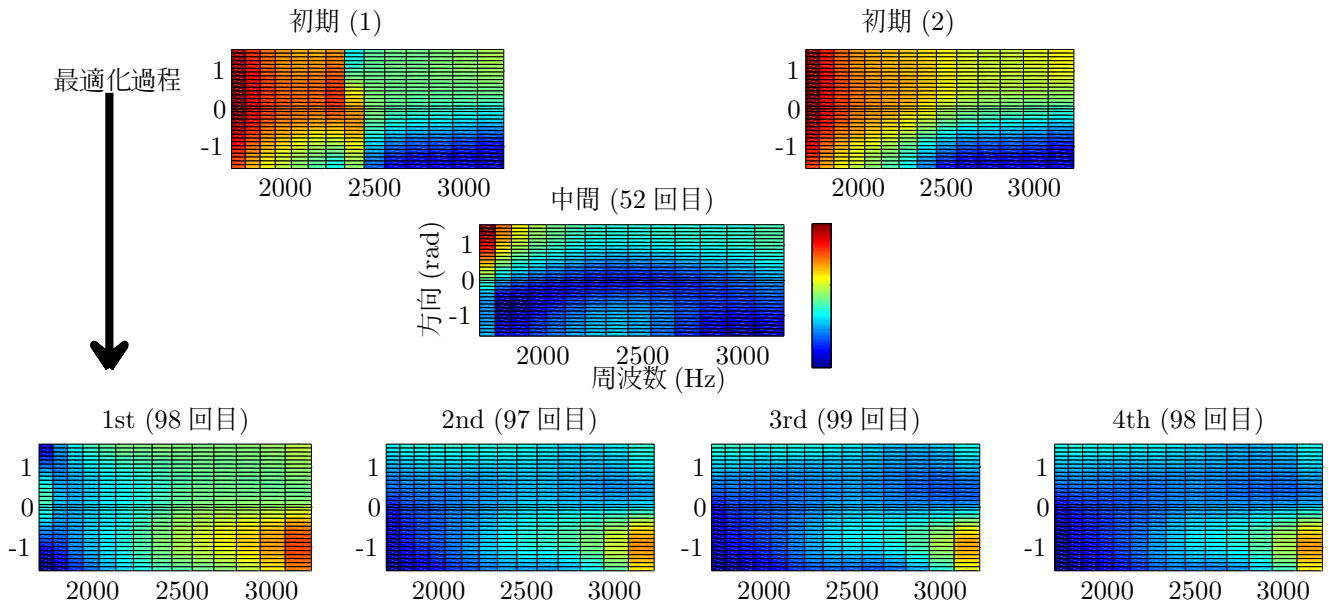


Figure 5: 最適化計算による周波数特性の変化

初期の周波数特性 (上段 2 図) から提案法による最適化計算を行ったところ, 中段 (52 回目における特性) のような特性を経て, 下段の 4 図のような特性が得られた. 下段の図は評価関数の最も良いものから順に示しており, 濃青がノッチ部分に相当する. 1700Hz から 2300Hz にかけて方向に対して右上がりの直線に沿ってノッチを得ることを目的に近づくよう計算されたことが分かる.

動ベクトル δ は等確率のベルヌーイ分布に従う確率変数からなるベクトルとし, 制御メッシュは 4×20 とし, このうち 3×20 の点について最適化対象とする.

計算環境は Intel Core™2Quad Q9400 (2.66GHz) プロセッサ, 4GB メモリにおいて Ubuntu9.10 上の gcc-4.4.1 を用いてコンパイルしたコードを利用した. 線形方程式の演算には ATLAS 3.9.14[ATLAS] を用い, ATLAS の関数以外の一部のコードも OpenMP[OpenMP] によってを並列化している. 各要素の積分には 1 次三角要素について 7 点の Gauss-Legendre 積分を行ったが, 必要に応じて境界要素を再分割し, より小さな三角要素について計算した. また, 周波数特性の差分 dP は 3 点の中心差分によった.

4.3 結果と考察

提案法による設計計算を行い, 得られた周波数特性を図 5 に示す. 提案法では摂動を与えた耳介形状に対して周波数特性を計算するため, 耳介の初期形状に対して 2 つの特性が得られる. 評価関数値は摂動に伴って揺動するので, 100 回の繰り返し計算のうち, 最も評価値の良好のものから順に 4 つを示しているが, いずれも繰り返し計算の終盤 (97, 98, 99 回目) に得られたものである. なお, 摂動によって稀に良い評価を得られることもあり, 52 回目に得られた特性 (図中段) は最適化計算中 5 番目に良い評価値であった. また, 評価が最も良かった耳介形状の形状を図 6 に示す.

初期形状では 2kHz 付近にピークがあり周波数とともにゲインが漸減する特性であった. 提案法の計算によって,

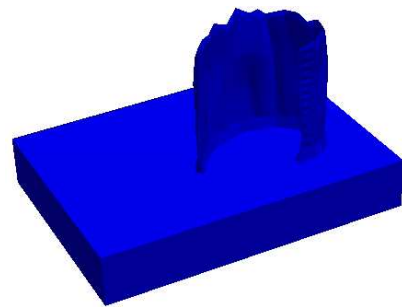


Figure 6: 得られた耳介形状

図の右下部分の領域にあった低ゲイン領域が左下部分に遷移し (52 回目の特性参照), さらに右下部分のゲインが向上する変化があった. この結果, 得られた特性では $-\frac{\pi}{2}$ の方向に対して 1700Hz 付近でゲインが下がっており, 評価値が 2 番目から 4 番目に良好であった特性では方向の増分に応じノッチ様の帯域が高周波領域へと遷移する構造となった. これは所望の特性の傾向を反映した結果である. しかし, 高周波数帯域での低ゲイン領域が広がっており, 耳介ノッチとして十分な形状を得ているとは言い難い. これに対し最も評価の良かった特性では, 方向が 0 から $\frac{\pi}{2}$ の領域でノッチ周波数は減少してはいるものの, 低ゲイン領域が狭く保たれノッチの形成に成功している.

設計過程の性能として演算時間を考えることができる. 図 7 に各繰り返しステップにおける CPU 利用時間および実際の計算時間を示す. 計算開始時はメモリアロケーショ

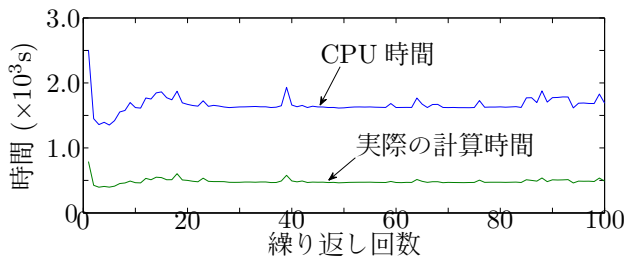


Figure 7: 演算時間

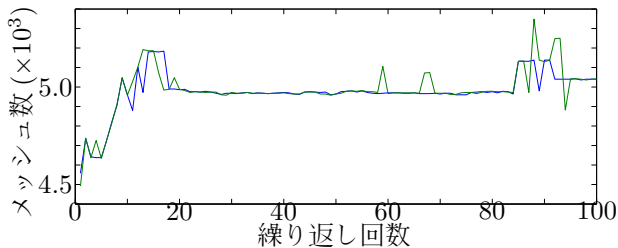


Figure 8: 境界要素数の変化

ンなどに伴うオーバーヘッドがあり計算時間を要しているが、以降はほぼ均一の計算時間で処理している。15の周波数点で特性を求めているため、1回の更新に30回の周波数特性を計算する。計算時間の変動があまり見られなくなった20回目以降の計算について考えれば、各繰り返しに必要な計算時間は実時間で平均390.2秒、並列化率は3.45であった。

また本方法の必要とする記憶領域は境界要素のメッシュ数の二乗のオーダーに支配される。制御メッシュの更新に伴い境界要素法のメッシュ数が増えるが、メッシュ数を示した図8によれば、大幅なメッシュ数の変動はなく、限られた記憶容量のもとで計算を実行できたことが分かる。より大規模な対象に対しても、耳介メッシュの生成方法を工夫することで改善を図ることが可能であると考えられるが、メッシュの再計算には時間コストがかかるためトレードオフを考慮する必要がある。

5 おわりに

本研究では、境界要素法を用いたHRTF計算法を用いて耳介の周波数特性を計算し、同時摂動確率近似による最適化手法によって所望の周波数特性に近い耳介形状を求める方法を提案した。簡単な構造の耳介を例に提案法を適用したところ、所望の特性の傾向を反映するような形状が得られることが分かった。

しかしながら、十分な結果が得られたとは言えず今後の改良が必要である。まず、今回の例は180個(60点×3次元)のパラメータの最適化問題であったが、実際の繰り返し計算を100回で打ち切っている。設計仕様を満足する形状を得るのに必ずしも最適解を得る必要はないため、この条件がただちに不当な設定とは言えないが、より精度の良い結果を得るためにはより多くの繰り返しを実行する

必要があると考えられる。計算時間の制約も考慮すると、繰り返し回数を増すには計算アルゴリズムの見直しと高速化、より大規模な並列計算機の活用なども合わせて必要であろう。また、仕様を満足する解は唯一であるとは限らないこと、勾配法に基づく方法では局所解に収束する可能性もあるなど、注意を払う必要がある。

参考文献

- [Shaw, 1968] Shaw, E.A.G. and Teranishi, R.: Sound pressure generated in an external-ear replica and real human ears by a nearby point source, *J. of Acoust. Soc. Am.* 44 (1), 240–249, (1968).
- [Otani, 2006] Otani, M. and Ise, S.: Fast calculation system specialized for head-related transfer function based on boundary element method, *J. of Acoust. Soc. Am.* 119 (5), 2589–2598, (2006).
- [Spall, 1992] Spall, J.C.: Multivariate stochastic approximation using a simultaneous perturbation gradient approximation, *IEEE Trans. on Automatic Control*, 37, 332–341, (1992)
- [Batteau, 1967] Batteau, D.W.: The role of the pinna in human localization, *Proc. of Royal Soc. of London, B* 158, 158–180, (1967)
- [Shimoda, 2006] Shimoda, T., Nakashima, T., Kumon, M., Kohzawa, R., Mizumoto I., and Iwai, Z.: Spectral cues for robust sound localization with pinnae, *Proc. of 2006 IEEE/RSJ Int'l Conf. Intell. Robot. and Sys.*, 386–391, (2006).
- [Spall, 1998] Spall, J.C.: Implementation of the simultaneous perturbation algorithm for stochastic optimization, *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 34, 817–823, (1998)
- [SPSA] Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation(website), <http://www.jhuapl.edu/SPSA/>
- [ATLAS] Automatically Tuned Linear Algebra Software(ATLAS)(website), <http://math-atlas.sourceforge.net/>
- [OpenMP] OpenMP, The OpenMP API specification for parallel programming(website), <http://openmp.org/>