平成 27 年度　数学協働プログラム・ワークショップ

ウェーブレット理論と工学への応用

OKU & ISM 2015 Workshop

Wavelet theory and its applications to engineering

主催：大阪教育大学，統計数理研究所

場所：大阪教育大学 天王寺キャンパス

日程：平成 27 年 11月 11日（水）13:30 ー 18:00

平成 27 年 11月 12日（木）10:00 ー 15:30

開催趣旨

ワークショップ「ウェーブレット理論と工学への応用」では，広い意味でウェーブレット解析によって解決できるかもしれないと期待できるトピックスに関して，講演者の方々に理論と工学的応用の現状，さらに解決すべき問題を解説していただき，その問題提起を端緒として参加者がディスカッションする形で，ウェーブレット解析が実際にどのように応用されているかをより深く理解することによって，新しい理論と応用への道が開かれることを目指します.

ウェーブレット理論と工学への応用プログラム

平成 27 年 11 月 11 日 – 12 日

大阪教育大学 天王寺キャンパス 西館 第 1 講義室

平成 27 年 11 月 11 日（水）13:30 – 18:00

13:30–13:35　開催の挨拶

13:35–14:35　溝畑 潔（同志社大学）

ビッグデータのウェーブレット解析 5

Twitter などによるソーシャルメディアは最近、急激に発展し, 社会の動向を知る上で重要な道具となっている. しかしそのサイズがテラバイトクラスのいわゆるビッグデータのため, その解析は今まで困難であった. この研究では、Hadoop 完全分散システムを構築してビッグデータの代表例であるニコニコ動画のコメント（約 300GB）を処理し， ウェーブレットで解析して興味深い結果が得られたので報告する.

15:00–16:00　章 忠（豊橋技術科学大学）

方向性ウェーブレット変換及びその医用画像認識への応用 １３

本研究では、方向性ウェーブレット変換を提案し，従来よりも多くの方向成分を計算可能となった．これにより，画像からより多くの幾何学特徴を得る手法を構築した．そして，医用画像処理においては，提案手法と 2D-CDWT の変換結果を比較し，方向性ウェーブレット変換が 2D-CDWT に比べ，腫瘤部位以外の振幅が小さく，腫瘤部位の特徴抽出としての有効性を確認した．今後，3 次元周波数領域で方向性フィルタの設計を検討する．また，スケー ル可変のウェーブレット変換を利用し，方向・スケールの両面での解析機能の向上が今後の課題である．

16:30–17:30　新井 康平（佐賀大学）

Wavelet を用いる話者分離、画像分離 ３９

エントロピー最大規範に基づくブラインドセパレーションにおける混合音声信号のウェーブレット多重解像度解析を用いた分離度の向上及びこれと同様の方法による混合画像の分離を紹介する。

平成 27 年 11 月 12 日（木）10:00 – 15:30

10:00–11:00　矢田部 浩平（早稲田大学）

音響信号の時空間周波数領域表現について ５１

音は通常マイクロホンを用いて計測されるので，時間を変数とする一次元信号として捉えられることが多い．一方，計測技術の発達や多チャンネル収録が容易になったことで，音の空間的な情報を考える機会も増えている．すなわち，波動方程式の解は位置と時間に関する関数であり，それを時間および空間的に離散化したデータを観測として得ることができる．ここでは，波動方程式の解を時空間周波数領域で考察し，音場の復元問題への応用などについて述べる．

11:30–12:30　三村 和史（広島市立大学）
ブーリアン圧縮センシングの観測の性質 ６３
　ブーリアン圧縮センシングの観測の差を評価して正確な推定の限界を議論する．また，観測にノイズが含まれる場合に，正確な推定が可能な条件についても議論する．

昼食 12:30–14:00

14:00–15:00　井川 信子（流通経済大学）
離散定常ウェーブレット解析を用いた聴性脳幹反応の加算波形観察方法について . . . ７３
　耳から音を聞かせて誘発する脳波のうちの脳幹由来反応を聴性脳幹反応という．この誘発脳波は複数ニューロン群の合成反応として検出されるが，時間潜時に対応する反応ピークは波形の加算によって成長する．加算処理後の波形は他覚的聴力検査等に利用される．一方，加算過程の波形に対して離散定常ウェーブレット解析を用いて構成周波数を分割し，時間遷移に対応する波形ピークの成長を観察することで，反応を生成している複数ニューロン群の振る舞いを予測することについて問題を提起し，より短時間に精度の高い反応を検出するための解析手法について議論する．

大阪教育大学 天王寺キャンパス 西館 第 1 講義室
〒 543-0054　大阪市天王寺区南河堀町 4-88　電話番号 (06)6775-6611
JR 天王寺駅、地下鉄天王寺駅、近鉄大阪阿部野橋駅下車、徒歩約 10 分。
JR 寺田町駅下車、徒歩 5 分。
http://osaka-kyoiku.ac.jp/

統計数理研究所　数学協働プログラム
http://coop-math.ism.ac.jp/

運営責任者
守本 晃（大阪教育大学 情報科学）
e-mail: morimoto@cc.osaka-kyoiku.ac.jp
tel: 072-978-3665
http://www.osaka-kyoiku.ac.jp/~morimoto/TENWS/ws2015HP/

芦野 隆一（大阪教育大学 数理科学）
e-mail: ashino@cc.osaka-kyoiku.ac.jp
tel: 072-978-3685
http://www.osaka-kyoiku.ac.jp/~ashino

ビッグデータのウェーブレット解析

溝畑　潔 *　* 同志社大学理工学部数理システム学科

概要.　近年, SNS に代表されるソーシャルメディアデータの量は急激に増え続けている．このようなデータをビッグデータと呼ぶ．この講演ではビッグデータの代表例であるこの講演では, ニコニコ動画のコメントデータを Hadoop 完全分散システムを用いてウェーブレット解析を用いて解析した結果, 興味深い結果が得られたので紹介する．

The Analysis of Big Data by Wavelets

Kiyoshi Mizohata*
*Department of Mathematical Sciences, Doshisha University

Abstract.　The amount of social media data is now growing exponentially. Such data is now called Big Data. In this talk, we shall show several interesting results obtained by the wavelet analysis of niconico-douga (famous social media in Japan) which is typical example of Big Data, using Hadoop distributed file system.

1.　はじめに

近年, テレビ番組では視聴率が重要視されておりその値に応じて番組の打ち切りや時間帯の移動, キャスティングなどが行われている．これは番組の人気を視聴率という数値の観点からとらえ比較し戦略に役立てている例である．　このように数値化して人気の推移を調査するのに, 歌手であれば CD の売上, タレントであれば出演したテレビ番組の視聴率が有効だと考えられるが, 最近は時代の変化にともない SNS や動画サイトなどの台頭で既存のメディアから得る数値だけでは人気があるかどうかを判断するのは難しくなってきた．　そこで, 新しいメディアから得られる情報を解析しようと多くの技術者がしのぎをけずったが, 活用しようとするデータがテラバイト単位となり, 巨大すぎて既存のデータベースでは管理することができなかった．　そのような中で, この巨大なデータの活用に成功した企業がある．それが Google である．Google は Hadoop という数千台のサーバーから構成されるクラスタを開発構築し, 検索エンジンの履歴から予測変換を割り出し, 多くの利用者を惹きつけた．また, そのほかにも膨大なデータからトレンドを割出し商品に反映した Amazon や企業の戦略を練るための手段としてデータを活用した IBM などがあげられる．上記の話をもっとくわしく解説しよう．情報化の進む社会において一見あまり価値のないように見える, 一般人の Twitter のつぶやきや利用者が商品を利用した履歴や地震の発生した過去の事例などの膨大なデータはビッグデータと呼ばれ, 注目されている．ビッグデータのサイズは数十テラバイトから数ペタバイトほどであり, 身近な例でた

とえると 1400 万画素のデジタルカメラで撮った写真が一枚約 6.2 メガバイトであるのでビッグデータのサイズが 50 テラバイトの場合三億一千万枚ほどの量である. いかに巨大なデータであるかわかるだろう. そして今, そのビッグデータが様々な場面で活用されはじめている. 今回はニコニコ動画から得られたコメントのデータ (約 300GB) の解析をしてアイドルの人気の推移を調べることにした. そのために Hadoop 完全分散システムを構築し, ビッグデータを処理してからウェーブレット解析を行った結果, 興味深い結果が得られた.

2. Hadoop

Hadoop を構成するサーバーは, クラスタ全体を管理する「マスターサーバー群」と実際にデータの格納や処理を担当する「スレーブサーバー群」の 2 種類に分かれる. これらのサーバー群が協調して動作することで 1 つの Hadoop クラスタを構成している. Hadoop クラスタは分散ファイルシステム「HDFS」と並列分散処理フレームワーク「MapReduce」から構築される. MapReduce はサーブレットのプログラムである. マスターサーバーはスレーブサーバーに比べると性能の高いマシンを利用するのが一般的であり, 十分なメモリのあるマシンを用いる. HDFS のマスターサーバーを「NameNode」と呼びクラスタ全体に渡って「データがどこに配置されているのか」などの管理を行っている. 一方スレーブサーバーを「DataNode」と呼び実際にデータの読み書きを行う. また MapReduce のマスターサーバーを「JobTracker」と呼び 1 つのジョブをタスクと呼ばれる複数の処理に分割し各スレーブサーバーに割り振っている. また MapReduce のスレーブサーバーを「TraskTracker」といい, 割り当てられたタスクを実行して応答を返す.

一般的にはスレーブサーバーは最低 10 台は必要で, それ以下ではデータ処理のパーフォーマンスはよくはならない. 今回は以下のようなクラスターを構築した

＊マスターサーバー 1 台＋スレーブサーバー 10 台
＊ CentOS6.5(64bit) ＋ JDK1.6.0.43
＊ Hadoop4.2.1

具体的な手順は [1] を参考にした. ただし擬似分散しか扱っておらず, 他の文献やネットにも完全分散については殆ど記述が無かった. 従って, 実用に耐えうる Hadoo 完全分散システムの構築にはかなり苦労する事となった.

3. 日本語前処理

Hadoop は基本的には英語用のソフトであり, 日本語を扱う場合には前処理が必要となる. これを順番に説明する.

まず SNS のデータは API が JSON という形式で管理している. このままでは扱えないので日本語処理するために jq という Linux のフリーソフトを用いて処理をする. これを shellscript を用いて

コメント
UNIX 時間

の順に表示する.

次に日本語自体の処理を行う. Hadoop はもともと英語を処理するために作られているもので, 英語のように単語がスペースで区切られているものは単語ごとにデータの処理できても日本語のように単語の切れ目がない言語に対しては, そのまま単語ごとにデータを処理することができない. これを解決するために Mecab([3]) というフリーの形態素分析ツールを今回利用した. 分析する単語によっては Mecab の辞書の中にデフォルトで含まれないものが含まれるので, まず辞書の追加を行ってから処理を行う.

最後に Python を用いて hadoop で処理できる形式にするこの 3 つの操作で日本語の前処理が終了する. 実は今問題になっているのがこの部分で, クラスターで処理できないので強力なパソコン（日本語前処理専用マシン）で処理しているが, 時間が非常にかかっており, 高速化が課題である.

4. Hadoop による処理

日本語前処理が終わったデータをマスターサーバーに転送 (300GB あるので 1 日かかる) し, 処理にとりかかる. Hadoop で処理するためには MapReduce でソースコードを書く必要があるが, 非常に難解である. そこで Hive([2]) と呼ばれる SQL ライクな言語を利用して MapReduce を実行することにした.

HiveQL(Hive) のプログラムを組むうえで注意するべき点をここで述べていく. まず初めに, HiveQL には繰り返し文が存在しない. そのため C や JAVA などで行っている for や While といったような繰り返し同じ処理を行うようにする場合はシェルスクリプトなどを用いることで Hive の外から Hive を動かす必要がある.

次に, JOIN を使う場合にはメモリに注意する必要がある. これは JOIN 文が PC のメモリを大量に使うためである. もしも, たくさんのデータを扱う場合に, JOIN 文を使う場合には OutOfMemory Error が頻繁に起こる場合があるので注意が必要である.

5. 結果

某アイドルグループに関するニコニコ動画のコメント数を分析した結果を一つ紹介する. 得られた結果が Fig1 である. このデータを Daubechies の D_2 ウェブレットによる離散

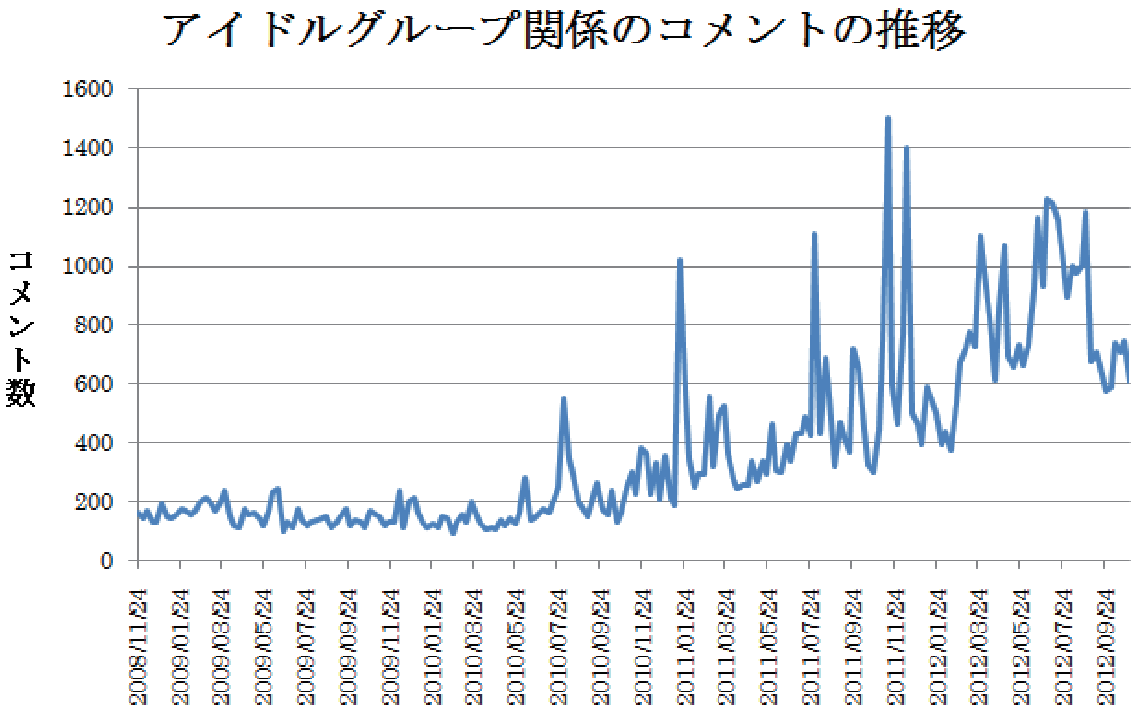


Fig. 1.　アイドルグループのコメント数の推移

変換を行い, 低周波成分 L1 と高周波成分 H1 に分解する. H1 のグラフが Fig2 である.

H1 にはエッジが抽出されるので, 丸を付けた時期が最初の上向きのエッジとなる. この時期は, 2011 年 1 月中旬で, この時期に投稿された動画を調べてみると, 同時期にニコニコ動画内で配信されたあるアニメの ED を歌っており, この曲に対して多くのコメントがつけられていた. この時期は, 元の結果のグラフで見ると Fig3 のグラフに丸をつけた時期にあたる. この結果より, 確かにコメントが爆発的に伸びた時期を見ることができた. しかし, この結果は上のグラフを普通に見るだけでもわかる変化であり, 目に見えないような真の変化点を見つけるに至らなかった. 上の L1 をさらにウェーブレット分解して得られた高周波成分を H2 とする. H2 のグラフが Fig4 である. エッジとなる部分はグラフで丸を付けた部分になる. この部分の時期は 11 月中旬となる. この時期を前と同様に, 元のグラフに丸を付けたのが Fig4 である.

この結果を見てもらえばわかるとおり, 一見何も起こっていないように見える. しかし, よく見てみると, この時期まで横ばいだったコメント数が, 2010 年の 11 月を境に右肩上がりに伸びている. このようにウェーブレットによってニコニコ動画における人気上昇のターニングポイントを見つけることに成功した.　では, この時期, 2010 年 11 月にいったい何があったかを調べてみた. すると, この時期に非常に興味深い出来事があったことがわかった. 他のデータや詳細については講演で述べる.

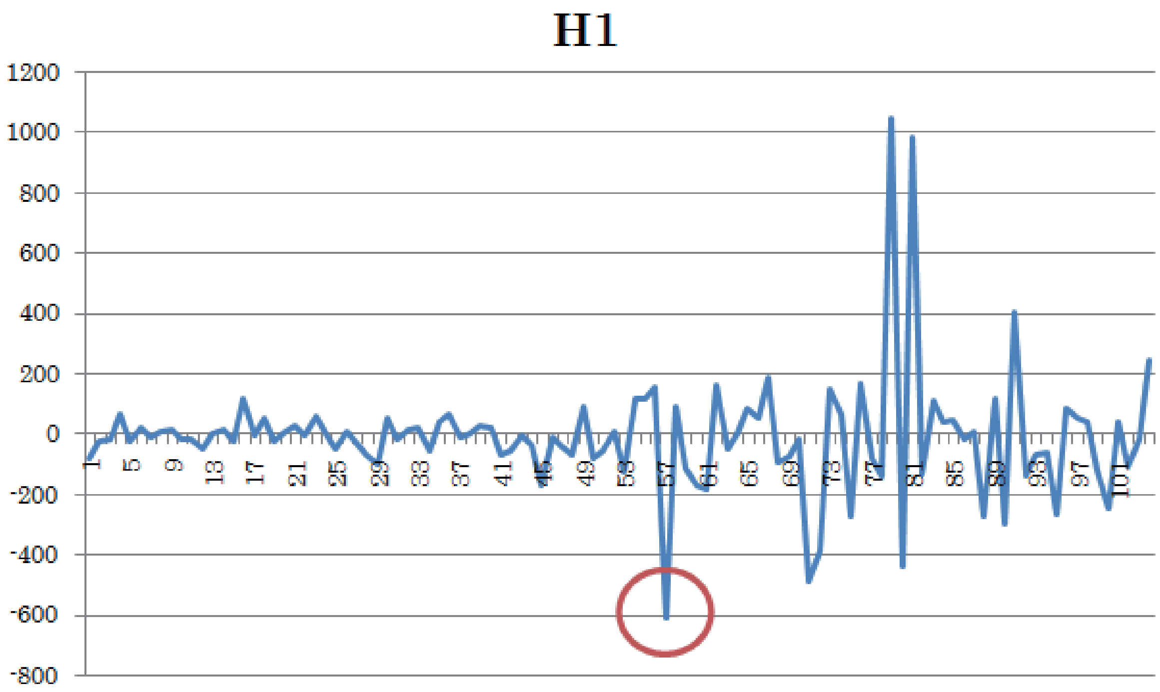


Fig. 2.　H1 成分

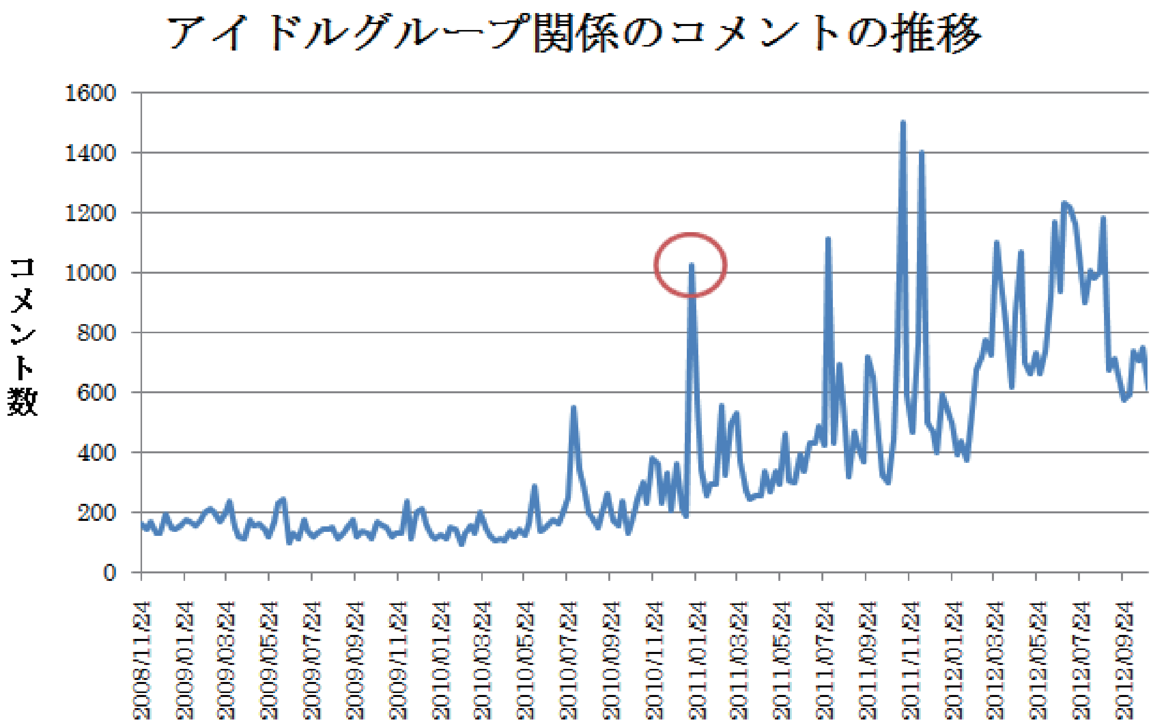


Fig. 3.　H1 成分のピーク

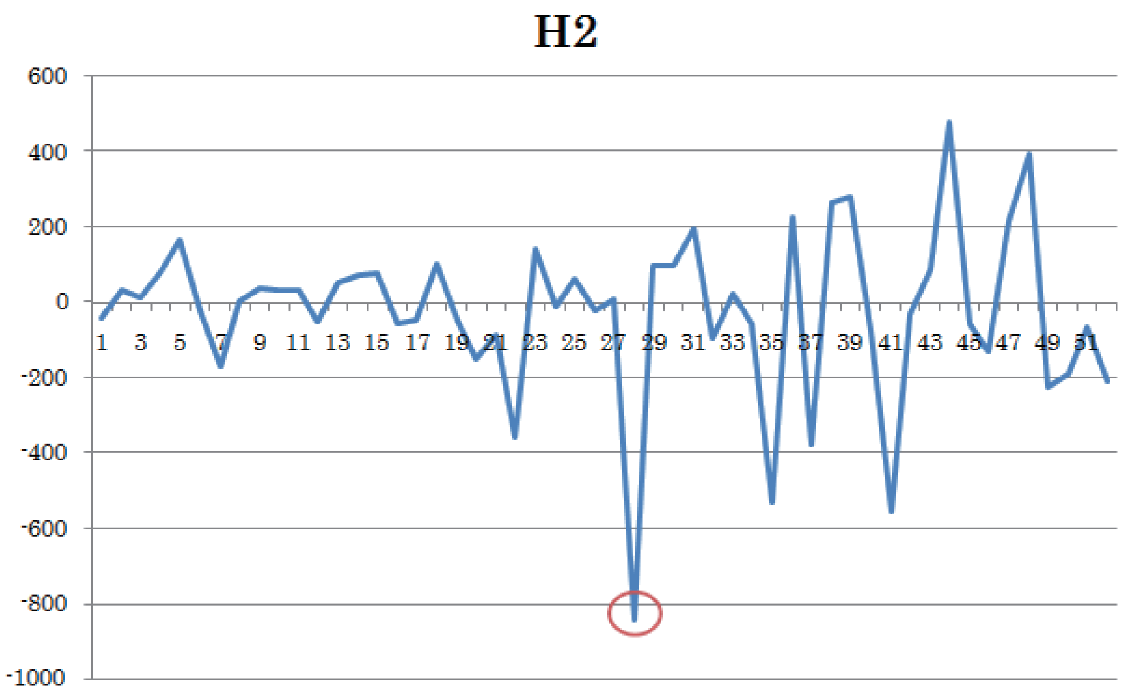


Fig. 4. H2 成分

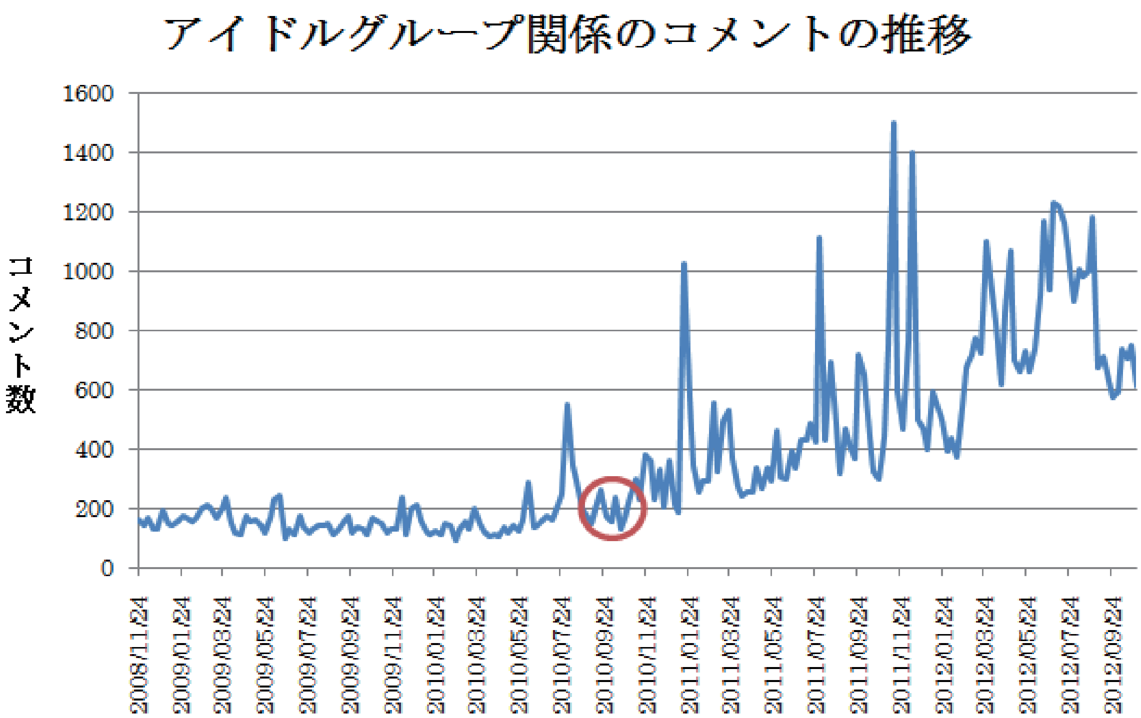


Fig. 5. H2 成分のピーク

6. おわりに

得られたデータがまだ少数ではあるが, ビッグデータをウェーブレット解析をすると更に興味深い結果が得られると思われる. Hadoop 完全クラスタの構築と運用のノウハウがわかったので, 今後は高速化をはかりたい. 特に日本語の前処理を Hadoop で可能にすることが重要である. 更にはウェーブレットの理論を用いたビッグデータの解析用クラスターの構築を考える予定である.

参考文献

[1] 太田 一樹, Hadoop　徹底入門　第 2 版, 翔泳社, 2013.

[2] Edward Capriolo, プログラミング Hive, オライリージャパン, 2013.

[3] 石田 基広, R によるテキストマイニング入門, 森北出版, 2008.

方向性ウェーブレット変換及びその医用画像認識への応用

章　忠 * 　加藤 毅 † 　戸田　浩 *
* 豊橋技術科学大学工学部　† 豊橋技術科学大学大学院

概要. 　本研究では、方向性ウェーブレット変換を提案し，従来よりも多くの方向成分を計算可能となった．これにより，画像からより多くの幾何学特徴を得る手法を構築した．そして，医用画像処理においては，本手法と 2D-CDWT の変換結果を比較し，方向性ウェーブレット変換が 2D-CDWT に比べ，腫瘤部位以外の振幅が 小さく，腫瘤部位の特徴抽出としての有効性を確認した．今後，3 次元周波数領域で方向性フィルタの設計を検討する．また，スケール可変のウェーブレット変 換を利用し，方向・スケールの両面での解析機能の向上が今後の課題である．

Directional Wavelet Transform and its Application to Medical Image Recognition

Zhong Zhang* 　Takeshi KATO† 　Hiroshi Toda*
*Toyohashi University of Technology
†Graduate School of Toyohashi University of Technology

Abstract. In this paper, we propose the novel directional wavelet transform combining with previous complex discrete wavelet transform (CDWT) and designed directional filters. And then we apply the proposed method into medical image processing. The CDWT is one of the Wavelet Transform and widely used as space-frequency analysis method for the signal and the image. The CDWT decomposes the image into directional components from the frequency analysis. And then, we can get the border, discontinuities and edges in the image. This property is called Directional Selection and this property is expected to give us shape information and geometric features. But, previous Directional Selection only offers the six directional components and features. Thus by proposed directional Wavelet Transform with the designed the directional filter, many directional feature can be extracted rather than previous one.

1. はじめに

2 次元離散ウェーブレット変換 (2-Dimensional Discrete Wavelet Transform, 2D-DWT) は画像処理手法として，様々な分野で利用されている．一般に，2D-DWT は Mallat が提案した高速アルゴリズムを利用しており，これは多重解像度解析 (Multi-Resolution Analysis, MRA) を基にした手法である [1]．この手法では，画像に対して，ローパス・ハイパスフィルタを適用した後，得られた各周波数成分に対し，ダウンサンプリングという画像の間引

き処理を行う．この処理を繰り返し，様々な周波数成分を計算するが，ダウンサンプリングによってデータ点数が減少するため，処理を繰り返す程，計算量が少なくてすむため，高速処理が可能である．

画像を DWT を利用して変換すると，周波数成分に相当するウェーブレット係数が得られる．DWT ではフィルタ処理から，1 つの低周波成分と 3 つの高周波成分を計算する．低周波成分は，平滑化した画像が得られ，一方で 3 つの高周波成分は，方向性エッジを検出した画像が得られる．ここで方向性エッジとは画像の 2 次元平面内で，特定方向の境界線や不連続な線を意味する．DWT では，水平，垂直，対角の 3 方向の方向性エッジが得られるため，従来より画像特徴として利用されてきた．

しかし，2D-DWT の問題点として，シフト不変性（位置不変性）の欠如が挙げられる．従来の DWT は画像や信号の位相の変化に対して，変換結果が変動してしまい，頑健な画像処理が困難であった．この問題に対して，戸田らは完全シフト不変複素数離散ウェーブレット変換 (Perfect Translation Invariance Complex Discrete Wavelet Transform, CDWT) を提案している [2]．CDWT は他にも Selesnick らが提案するものもあるが，本論文ではこれらを総称して，CDWT とする [3]．CDWT は信号の位相によらず，頑健な解析が可能であるという大きな利点を持つ．

さらに，Kingsbury らは，CDWT を 2 次元に拡張した 2 次元複素数離散ウェーブレット変換 (2-Dimensional Complex Discrete Wavelet Transform, 2D-CDWT) によって得られた実数部と虚数部のウェーブレット係数に和と差の計算を適用し，画像の方向成分を計算する手法を提案した [4]．これは CDWT の方向選択性と呼ばれる．これは実数部と虚数部の位相差によって，実数部と虚数部のウェーブレット係数が干渉し，特定方向の波形のみが強調されるためである [5]．

これらの方向成分は複素数のフィルタを利用するため，各画素は複素数値を持ち，実部と虚部からその絶対値を計算できる．これを方向成分の絶対値 (Absolute Values of Directional Components，AVDC) と呼ぶこととし，AVDC も同様に方向性エッジを抽出可能である．2D-DWT では 3 方向の方向成分を計算可能であったが，一方で 2D-CDWT では，6 方向の AVDC を計算可能である．これは後述するが，方向選択性が 3 つの高周波成分からそれぞれ 2 種類の方向成分を計算可能なためである．しかしながら，画像処理や特徴抽出，画像認識等の多くの応用を考慮した場合，6 方向の方向性エッジは十分な画像の幾何学特徴を提供しているとは言えない．もし，より多くの方向性エッジが得ることが可能であれば，方向選択性によって，より画像特徴を詳細に記述可能な手法となることが期待出来る．

他の関連手法として，伝統的なガボールフィルタや方向性フィルタバンクを用いた手法がある．ガボールフィルタは，2D-CDWT よりも多くの方向性特徴を得られるが，ダウンサンプリングは適用出来ないため，計算量が多い．また方向性フィルタバンクは，計算量は少ないが，シフト不変性を持たない．また近年では Do らのカンターレット変換や Candes らのカーブレット変換等も提案されているが，シフト不変性を持ちつつ，多くの

方向性特徴を得られる手法は未だ少ない [6,7].

そこで，本稿では新たな方向性フィルタの設計方法を示し，さらに 2D-CDWT と組み合わせ新たな方向性ウェーブレット変換を紹介する．最後に，方向性ウェーブレット変換の有効性を示すため，胸部 CT 画像への応用例を紹介する．胸部 CT 画像には，肺内部にある肺がん等の腫瘤性病変が映り，医師が診断に重要な情報を胸部 CT 画像から得る．しかし，マルチスライス CT(Computed Tomography) の普及や医師不足等の問題から，医師が大量の CT 画像を読影しなければならず，医師の負担増やヒューマンエラーの増加が危惧されている．そこで，病変部位を自動で認識する画像診断が期待されている．本稿では，方向性ウェーブレット変換から得た特徴を基に，肺がん部位の画像診断システムを紹介する．

2.　2 次元複素数離散ウェーブレット変換の吟味

2.1　2 次元複素数離散ウェーブレット変換の計算

従来の DWT や 2D-DWT には，シフト不変性の欠如と呼ばれる弱点，すなわち画像の特徴の位置よって変換結果が異なり，頑健な画像処理が困難となる弱点があった．戸田らの提案する CDWT は，Meyer の直交ウェーブレットを基礎に設計されており，完全シフト不変性を実現している [2]．CDWT は実数部と虚数部に分かれた，2 つの直交ウェーブレットにより構成されるのが特徴である．すなわちスケーリング関数は，実数部のスケーリング関数 $\phi^R(x)$，虚数部のスケーリング関数 $\phi^I(x)$ があり，またマザーウェーブレット (Mother Wavelet，MW) も同じく，実数部の MW $\psi^R(x)$，虚数部の MW $\psi^I(x)$ がある．なお MRA の高速アルゴリズムに用いる実数部のローパス・ハイパスフィルタのフィルタ係数を $\{a_k^R\}$，$\{b_k^R\}$，また虚数部のそれらを $\{a_k^I\}$，$\{b_k^I\}$ とする．以上のような CDWT を 2 次元に拡張した 2 次元複素数離散ウェーブレット変換（2D Complex Discrete Wavelet Transform, 2D-CDWT）について述べる．

2D-CDWT では，スケーリング関数と MW が，それぞれ実数部・虚数部を持ち，これらを用いて 2 次元の信号 $f(x,y)$ を式 (2.1) を用いて展開する．ここで，RR から II の内，RR，RI は以下の式 (2.2)，(2.3) で示される．

$$f(x,y) = RR(x,y) + RI(x,y) + IR(x,y) + II(x,y) \tag{2.1}$$

$$\begin{aligned} RR(x,y) = &\sum_{k_x,k_y} c^{RR}_{J,k_x,k_y}\phi^R_{J,k_x}(x)\phi^R_{J,k_y}(y) + \sum_{j=J}^{-1}\sum_{k_x,k_y} d^{LH,RR}_{j,k_x,k_y}\phi^R_{j,k_x}(x)\psi^R_{j,k_y}(y) \\ &+ \sum_{j=J}^{-1}\sum_{k_x,k_y} d^{HL,RR}_{j,k_x,k_y}\psi^R_{j,k_x}(x)\phi^R_{j,k_y}(y) + \sum_{j=J}^{-1}\sum_{k_x,k_y} d^{HH,RR}_{j,k_x,k_y}\psi^R_{j,k_x}(x)\psi^R_{j,k_y}(y) \end{aligned} \tag{2.2}$$

$$RI(x,y) = \sum_{k_x,k_y} c^{RI}_{J,k_x,k_y}\phi^{R}_{J,k_x}(x)\phi^{I}_{J,k_y}(y) + \sum_{j=J}^{-1}\sum_{k_x,k_y} d^{LH,RI}_{j,k_x,k_y}\phi^{R}_{j,k_x}(x)\psi^{I}_{j,k_y}(y)$$

$$(2.3) \qquad + \sum_{j=J}^{-1}\sum_{k_x,k_y} d^{HL,RI}_{j,k_x,k_y}\psi^{R}_{j,k_x}(x)\phi^{I}_{j,k_y}(y) + \sum_{j=J}^{-1}\sum_{k_x,k_y} d^{HH,RI}_{j,k_x,k_y}\psi^{R}_{j,k_x}(x)\psi^{I}_{j,k_y}(y)$$

式 (2.2)，(2.3) 中の $c^{RR}_{k_x,k_y}$，$c^{RI}_{k_x,k_y}$ はスケーリング係数であり，スケーリング関数と解析信号の補間処理および再帰的な分解アルゴリズムによって計算される．ここで，J は分解レベルを示す．$c^{RR}_{k_x,k_y}$ は，信号の低周波成分を表現するための係数である．なお IR，II の他のパートにおいても同様である．補間処理の計算等は文献 [5] を参照されたい．次に，$d^{LH,RR}$，$d^{HL,RR}$，$d^{HH,RR}$ 等は，ウェーブレット係数と呼ばれ，各周波数帯域の成分に相当する．各ウェーブレット係数の計算は，補間処理後の入力信号に対し，ローパス・ハイパスフィルタを適用する．そして，計算結果をダウンサンプリングし，各ウェーブレット係数を得る．また，各レベルの $\psi^{R}_{j,k_x}(x)$，$\psi^{I}_{j,k_y}(y)$ 等のウェーブレットには，空間 (時間) 領域において，拡大・縮小の関係がある．各ウェーブレット係数の計算方法およびレベル間のウェーブレットの関係の詳細についても，文献 [5] を参照されたい．2D-CDWT では，低周波成分に相当する $c^{RR}_{k_x,k_y}$ から $c^{II}_{k_x,k_y}$ の 4 つのスケーリング係数と，各パート，各分解レベルの $d^{LH,RR}$，$d^{HL,RR}$，$d^{HH,RR}$ 等を出力として得る．

2.2 2D-CDWT の方向選択性

Kingsbury らはフィルタ処理により得られた高周波成分のウェーブレット係数に，以下の式 (2.4)〜(2.6) の計算を適用し，画像の方向成分を得る手法を提案している [4].

$$(2.4) \qquad D^{R0,LH}_{j,n_x,n_y} = \frac{d^{RR,LH}_{j,n_x,n_y} + d^{II,LH}_{j,n_x,n_y}}{2},\quad D^{I0,LH}_{j,n_x,n_y} = \frac{d^{IR,LH}_{j,n_x,n_y} - d^{RI,LH}_{j,n_x,n_y}}{2}$$

$$(2.5) \qquad D^{R1,LH}_{j,n_x,n_y} = \frac{d^{RR,LH}_{j,n_x,n_y} - d^{II,LH}_{j,n_x,n_y}}{2},\quad D^{I1,LH}_{j,n_x,n_y} = \frac{d^{IR,LH}_{j,n_x,n_y} + d^{RI,LH}_{j,n_x,n_y}}{2}$$

$$(2.6) \qquad \left|D^{0,LH}_{j,n_x,n_y}\right| = \sqrt{(D^{R0,LH}_{j,n_x,n_y})^2 + (D^{I0,LH}_{j,n_x,n_y})^2},\quad \left|D^{1,LH}_{j,n_x,n_y}\right| = \sqrt{(D^{R1,LH}_{j,n_x,n_y})^2 + (D^{I1,LH}_{j,n_x,n_y})^2}$$

ただし式 (2.4)〜(2.6) は，LH 成分に関する式で，他の周波数成分に関する計算も同様にして行う．例として図 1 の入力画像に対して 2D-CDWT を適用し，得られた $d^{RI,LH}_{j,kx,ky}$ 等に対して，式 (2.4)〜(2.6) の計算を行い，得られた $|D^{0,LH}_{j,n_x,n_y}|$ 等を図 2 に示す．なお，$|D^{0,LH}_{j,n_x,n_y}|$ 等が AVDC となる．また，図 2 の結果は，図 3 に従って配置したものである．図 2 からも分かるように，2D-CDWT から得られた高周波成分のウェーブレット係数を用いて，入

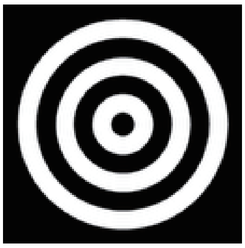


Fig. 1.　Input image

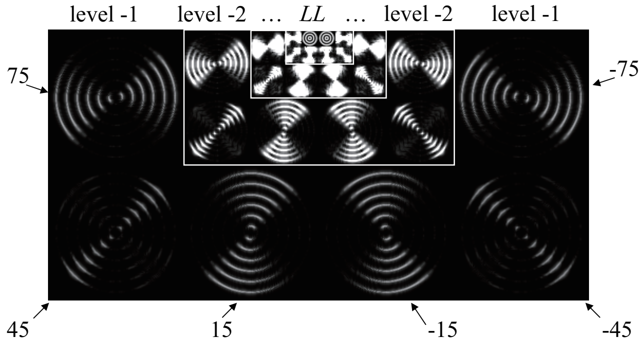


Fig. 2.　The result of directional selection

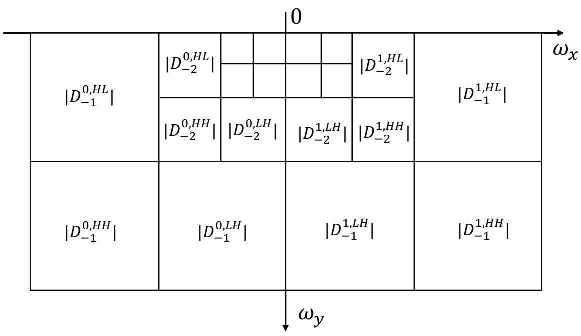


Fig. 3.　The location of each frequency component

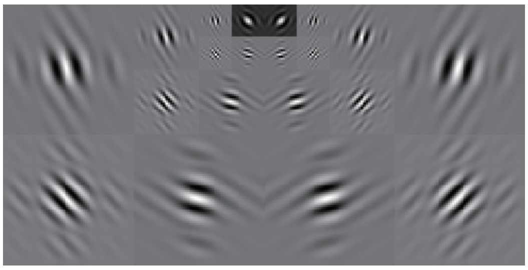


Fig. 4.　The result of directional selection using impulse signal

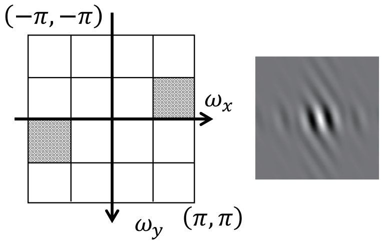
力画像の白い円の輪郭を 6 方向に分けて検出できる．また，2D-CDWT にインパルス信号を入力し，得られた方向成分の内の 1 つを再構成することで，インパルス応答を計算した．各方向のインパルス応答を計算した結果を図 4 に示す.

3.　新たな方向性フィルタの設計

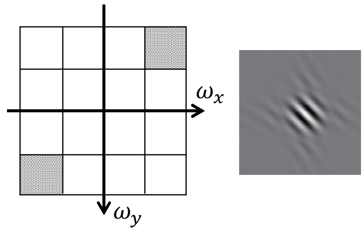
前節では，2D-CDWT の計算と，その方向選択性について述べた．そして，方向選択性により，画像から 6 方向の方向性特徴が得られることを確認した．しかし，画像処理や画像認識への応用を行う場合，6 方向の方向選択性は, 必ずしも十分な画像特徴を提供するとは言えない．例えば，ガボールフィルタや方向性フィルタバンクでは一般に 6 方向以上の方向成分に分解する．そこで，本章にて新たな方向性フィルタの設計法を述べ，より多くの方向選択性を得る手法を紹介する．

3.1　方向選択性とその周波数特性

初めに，方向性フィルタを設計するために，方向選択性における MW とその周波数特性について検討する．なお，本報では画像をフーリエ変換し，得られた振幅を周波数特性と呼ぶこととする．式 (2.4)，(2.5) の中の RR〜II の添え字が付いた係数 $d_{j,n_x,n_y}^{RR,HH}$ 等はウェー



(a)



(b)

Fig. 5. The frequency characteristics of MWs, where (a) shows $\hat{\psi}^{R0,HH}(\omega_x,\omega_y)$ and (b) shows $\hat{\psi}^{R0,LH}(\omega_x,\omega_y)$(Amplitude of the Fourier transform result).

ブレット係数である．2D-CDWT において高速アルゴリズムを用いる場合，これらの係数はダウンサンプリングを伴うフィルタリングによって求められるが，式 (3.1) に示すように，入力画像と MW との内積の演算によっても計算可能である [2, 8].

(3.1) $$d^{RR,LH}_{j,n_x,n_y}=\langle f,\psi^{RR,LH}_{j,n_x,n_y}\rangle,\quad \psi^{RR,LH}_{j,n_x,n_y}(x,y)=\phi^{R}_{j,n_x}(x)\psi^{R}_{j,n_y}(y)$$

ただし $<f,\psi^{RR,LH}_{j,n_x,n_y}>$ 等は 2 次平面上に定義された関数 $f(x,y)$，$\psi^{RR,LH}_{j,n_x,n_y}(x,y)$ の内積を表し，次のように計算される．

(3.2) $$\langle f,\psi^{RR,LH}_{j,n_x,n_y}\rangle=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}f(x,y)\,\overline{\psi^{RR,LH}_{j,n_x,n_y}(x,y)}dxdy$$

また式 (3.1) は RR の例であるが，それ以外の RI，IR，II でも同様に成立する．式 (3.1) を式 (2.4) に代入すると，式 (3.4) が得られる．

(3.3) $$D^{R0,LH}_{j,n_x,n_y}=\frac{<f,\psi^{RR,LH}_{j,n_x,n_y}>+<f,\psi^{II,LH}_{j,n_x,n_y}>}{2}\quad =<f,\frac{\psi^{RR,LH}_{j,n_x,n_y}+\psi^{II,LH}_{j,n_x,n_y}}{2}>$$

(3.4) $$\therefore D^{R0,LH}_{j,n_x,n_y}=<f,\psi^{R0,LH}_{j,n_x,n_y}>,\quad \psi^{R0,LH}_{j,n_x,n_y}(x,y)=\frac{\psi^{RR,LH}_{j,n_x,n_y}(x,y)+\psi^{II,LH}_{j,n_x,n_y}(x,y)}{2}$$

式 (3.4) から，方向成分 $D^{R0,LH}_{j,n_x,n_y}$ 等は入力画像と，2 つの 2 次元の MWψ^{RR}_{j,n_x,n_y}，ψ^{II}_{j,n_x,n_y} やスケーリング関数 ϕ^{II}_{j,n_x,n_y} 等の和もしくは差との内積によって得られることがわかる．ここで，$\psi^{R0,LH}_{j,n_x,n_y}$ および，$\psi^{R0,HH}_{j,n_x,n_y}$ の周波数特性を考える．図 5 に $\psi^{R0,LH}_{j,n_x,n_y}$ および，$\psi^{R0,HH}_{j,n_x,n_y}$ の周波数特性を示す．

図 5 から，方向成分を与える MW は，周波数領域において点対称にスペクトルが配置され，空間領域では特定方向に高い周波数の波形を持つことがわかる．そのため，特定方向の波形が強調され，方向成分から方向性エッジや画素値の不連続線が得られる．さらに図 6(a) のような周波数領域で，特定の点対称の点に同じ振幅を持つ周波数特性を考える．この周波数特性を逆フーリエ変換すると，図 6(b) が得られる．図 5 や図 6 等から，周波

Fig. 6. The relationship between frequency characteristic in the frequency domain and directional filter in space domain((a)The frequency characteristic that has spectrum only ‘x’ points. (b) The corresponding directional filter is the inverse Fourier transform of (a).

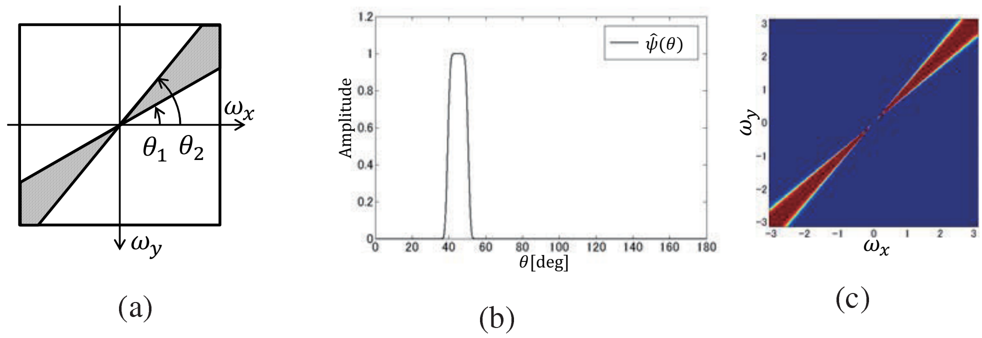


Fig. 7. The example of the filter that calculate directional components(a)The filter that detects angular range from θ_1 to θ_2.(b)The designed function $\hat{\psi}(\theta)$ (c)The implemented frequency characteristic of directional filter made from (a) and (b).

数領域のスペクトルの位置 (同図中マーク ‘ ×’) と空間領域の波形の方向は式 (3.5) のような直交関係にあることがわかる [5]．ここで，式 (3.5) における $180p-90(p \in \mathbf{Z})$ は，角度 θ が，90，270[deg] の整数倍の場合である．

$$\theta = \begin{cases} 180p - 90, & \omega_{x1} = 0, \quad p \in \mathbf{Z} \\ \tan^{-1}(-\omega_{y1}/\omega_{x1}), & \text{otherwise} \end{cases} \tag{3.5}$$

3.2 新たな方向性フィルタの設計

前節の図 5 や 6 から，MW や波形（フィルタ）の周波数特性によって，その波形の方向が決定されることが確認された．次に本節では，方向性ウェーブレット変換の核となる方向性フィルタの周波数特性の設計により，任意方向の成分を抽出するフィルタを設計する．式 (3.5) から，任意の方向，角度範囲を検出するフィルタの周波数特性は，周波数領域で特定の角度範囲にスペクトルが配置されたフィルタとなる．例えば，図 7(a) のように，特定の角度範囲 θ_1 から θ_2 までの斜線部にスペクトルを持てば，その角度範囲の方向性エッジ抽出するフィルタとなる．

図 7(a) に示す周波数特性は，くさび形の形状であり，特定の角度範囲に通過域を持ち，

それ以外の角度に阻止域を持つフィルタである．そのため角度に応じて振幅が変化する関数であるため，はじめに式 (3.6) の角度 θ の関数を用意する．

$$\hat{\psi}(\theta) = \begin{cases} 0, & \theta < a \\ \cos[\frac{\pi}{2}\nu(\frac{1-\Delta}{2\Delta}\left\{\frac{|\theta-\theta_{shift1}|}{(1-\Delta)\pi} - 1\right\})], & a \le \theta < b \\ 1, & b \le \theta < c \\ \cos[\frac{\pi}{2}\nu(\frac{1-\Delta}{2\Delta}\left\{\frac{|\theta+\theta_{shift2}|}{(1-\Delta)\pi} - 1\right\})], & c \le \theta < d \\ 0, & d \le \theta \end{cases} \tag{3.6}$$

式 (3.6) の cos 曲線の過渡領域には，2D-CDWT で用いるスケーリング関数の過渡領域の曲線を角度 θ の関数として，利用した [8,9]．また，式 (3.6) 中の ν は以下の式で与えられる．

$$\nu(x) = x^4(35 - 84x + 70x^2 - 20x^3), 0 \le x \le 1.$$

式 (3.6) には，$\theta_{shift1}, \theta_{shift2}, a, b, c$ および d のパラメータがある．θ_{shift1} および θ_{shift2} のパラメータは cos 曲線を平行移動するためのパタメータである．パラメータ a, b, c および d は cos 曲線の端点を示している．パラメータ計算の一例として，40 から 50[deg] の角度範囲を得たい場合，$(a + b)/2$ は $40\pi/180$(rad) であり, $(c + d)/2$ は $50\pi/180$ (rad) となる．その時，θ_{shift1} は，$-\pi$ から $40\pi/180$(rad) までの移動量 $(40\pi/180 + \pi)$ に設定する．一方で θ_{shift2} は π から $50\pi/180$(rad) までの移動量 $(\pi - 50\pi/180)$ に設定する．これは，スケーリング関数のカットオフ周波数が正規化周波数で π および $-\pi$ に設定されており，そこからの平行移動となるためである．また，パラメータ a, b, c および d は，θ_{shift1}，θ_{shift2} と Δ によって cos 曲線の長さが決定するため，そこから一意的に計算される．図 7(b) に，式 (3.6) の $\hat{\psi}(\theta)$ を示す．同図から，40 から 50[deg] の範囲に半値幅を持つ関数となっていることが確認できる．次に，図 7(c) は同図 (b) を利用し作成する．同図 (c) は，2 次元の周波数領域で，各座標の原点からの角度を θ とし，そこから，同図 (b) の $\hat{\psi}(\theta)$ を計算し，振幅とした．同図 (c) は 40[deg] から 50[deg] の角度範囲に振幅を持つ周波数特性の例である．ここで，周波数特性は ω_x, ω_y ともに，$-\pi$ から π の範囲で定義した．これは，設計した周波数特性をフィルタとして利用する際に，高速逆フーリエ変換を用いるためである．また，図 7(c) 中において，設計した角度範囲以外の領域の振幅は 0 である．そして，周波数特性 $\hat{\psi}$ を高速逆フーリエ変換したものを方向性フィルタとする．

3.3 2D-CDWT と方向性フィルタを用いた新たな方向選択性の実現

前節では，任意の角度範囲を抽出する方向性フィルタを設計した．このフィルタの角度範囲を 10[deg] や 20[deg] と細かい角度範囲を設定することで，多くの方向成分に分解可能であり，多くの方向性特徴を得ることに繋がる．

従来の 2D-CDWT は各分解レベルの高周波成分から方向成分が計算される．そのため，各レベルの周波数帯域が異なり，多重解像度の方向成分が計算可能である．一方で，設計したフィルタは周波数領域の原点に近い低周波成分と原点から離れた高周波成分の両方を含んでいる．そのため設計したフィルタだけでは，多重解像度の方向成分を得ることができない．画像処理では一般に，多重解像度の特徴から画像中の物体の大きさ等の情報を計算するため，多重解像度の画像特徴の取得が必要となる．そこで，従来の 2D-CDWT と設計した方向性フィルタを組み合わせることで，多くの方向成分を多重解像度で検出可能にする．この提案手法は以下の (1) から (5) の手順によって実現される．またこの処理は図 8 に対応している．

(1) 入力画像に 2D-CDWT の補間処理 [5] を適用し，$c^{RR}, c^{RI}, c^{IR}, c^{II}$ のスケーリング係数を得る．

(2) 各スケーリング係数に対し 2D-CDWT と同様のローパスフィルタを x，y の両軸に適用する．この処理では，通常の 2D-CDWT のようなダウンサンプリングは適用しない．この処理は，式 (3.7)-(3.8) で表される．

$$c^{RR}_{j,n_x,n_y} = \sum_{k_x,k_y} a^R_{n_x-k_x} a^R_{n_y-k_y} c^{RR}_{k_x,k_y}, \quad c^{RI}_{j,n_x,n_y} = \sum_{k_x,k_y} a^R_{n_x-k_x} a^I_{n_y-k_y} c^{RI}_{k_x,k_y} \tag{3.7}$$

$$c^{IR}_{j,n_x,n_y} = \sum_{k_x,k_y} a^R_{n_x-k_x} a^R_{n_y-k_y} c^{IR}_{k_x,k_y}, \quad c^{II}_{j,n_x,n_y} = \sum_{k_x,k_y} a^R_{n_x-k_x} a^I_{n_y-k_y} c^{II}_{k_x,k_y} \tag{3.8}$$

(3) ローパスフィルタを適用して得られた低周波成分と元のスケーリング係数の差分を計算する．ここで，c^{RR}_{j,n_x,n_y} の係数 1/2 は，元画像と振幅を揃えるための係数である．DWT や CDWT 等のローパスフィルタは，ダウンサンプリングによって振幅が元の 1/2(2 のダウンサンプリングの場合) になる．これを考慮し，フィルタの振幅を調節しているが，この手法では，差分の計算の時点では，ダウンサンプリングを適用していないため，1/2 をかける．

$$d^{RR}_{j,n_x,n_y} = c^{RR}_{k_x,k_y} - \frac{1}{2} c^{RR}_{j,n_x,n_y}, \quad d^{RI}_{j,n_x,n_y} = c^{RI}_{k_x,k_y} - \frac{1}{2} c^{RI}_{j,n_x,n_y} \tag{3.9}$$

$$d^{IR}_{j,n_x,n_y} = c^{IR}_{k_x,k_y} - \frac{1}{2} c^{IR}_{j,n_x,n_y}, \quad d^{II}_{j,n_x,n_y} = c^{II}_{k_x,k_y} - \frac{1}{2} c^{II}_{j,n_x,n_y} \tag{3.10}$$

上記の計算によって高周波成分を計算する．そして，低周波成分にはダウンサンプリングを適用する．

(4) 式 (3.11) と (3.12) に示すように，手順 (3) で計算した高周波成分に対し，方向性フィルタを適用し，各方向成分を計算する．ここで，DIR は方向性フィルタを示す．

$$d^{RR,\theta_1,\theta_2}_{j,n_x,n_y} = \sum_{k_x,k_y} DIR^{\theta_1,\theta_2}(n_x-k_x, n_y-k_y) d^{RR}_j(k_x,k_y), \; d^{RI,\theta_1,\theta_2}_{j,n_x,n_y} = \sum_{k_x,k_y} DIR^{\theta_1,\theta_2}(n_x-k_x, n_y-k_y) d^{RI}_j(k_x,k_y) \tag{3.11}$$

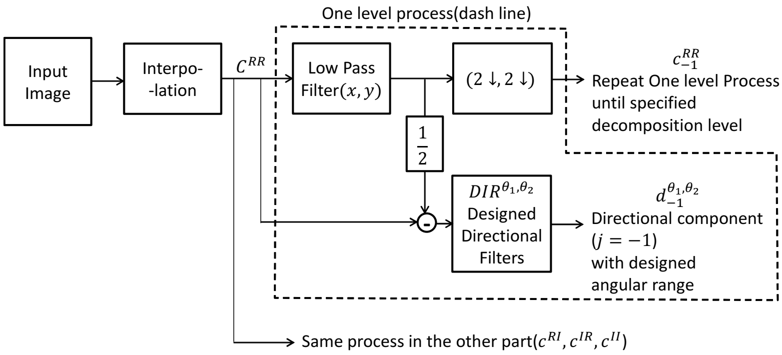


Fig. 8. The proposed directional selection based on designed directional filters and the CDWT.

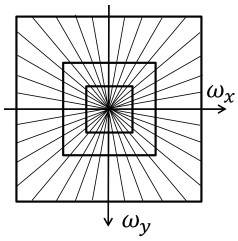


Fig. 9. The frequency characteristics of directional components by using the proposed method.

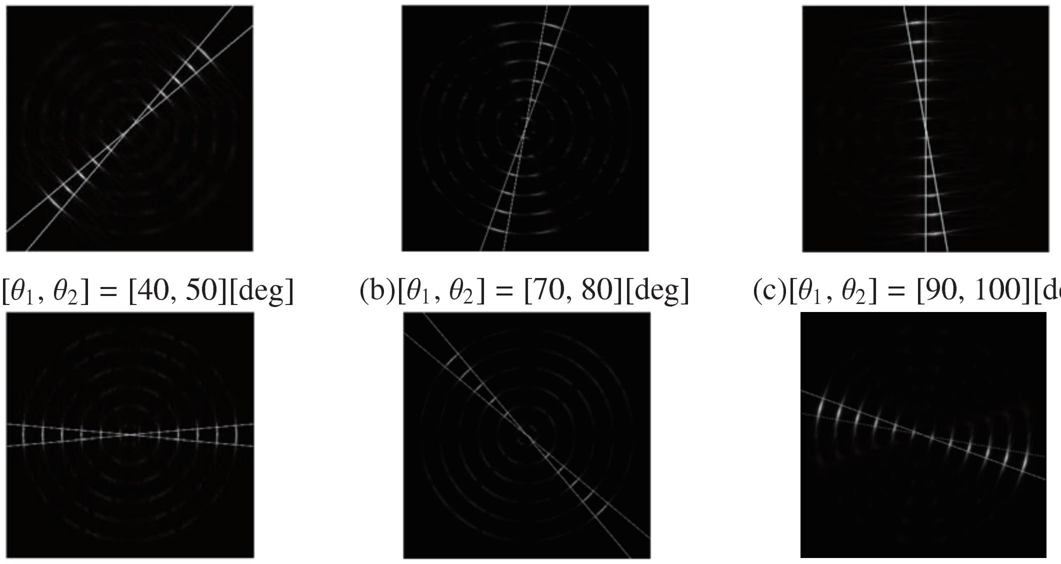
$$d^{IR,\theta_1,\theta_2}_{j,n_x,n_y} = \sum_{k_x,k_y} DIR^{\theta_1,\theta_2}(n_x-k_x,n_y-k_y)d^{IR}_j(k_x,k_y),\ d^{II,\theta_1,\theta_2}_{j,n_x,n_y} = \sum_{k_x,k_y} DIR^{\theta_1,\theta_2}(n_x-k_x,n_y-k_y)d^{II}_j(k_x,k_y) \tag{3.12}$$

(5) 次のレベルでは，手順 (2) から手順 (3) の処理を再帰的に繰り返す．レベル-1 以降の処理では，スケーリング係数 $c^{RR}_{n_x,n_y}$ に代わり，ダウンサンプリングした低周波成分 (c^{RR}_{j,n_x,n_y} 等) を入力とする．

上記のプロセスにより，各レベルの方向成分と低周波成分が得られる．方向成分 *RR* ∼*II* に分かれており，各々の自乗和から方向成分の絶対値 AVDC を計算できる．また，CDWT と同様に方向成分の絶対値 AVDC を計算出来る．そして，AVDC は 2D-CDWT と同様に方向性エッジや特定方向の不連続な線を検出する．

また，図 8 は *RR* のみを示しているが，他の *RI*, *IR*, *II* においても同様の処理であり，使用する方向性フィルタも同じものを使用する．周波数領域では本手法は，画像を図 9 のように，各方向成分へ分解する．図 9 は，各方向成分の角度範囲を 10[deg] づつに設定した場合である．この場合は 18 個の方向成分を得ることができる．

本手法と従来の 2D-CDWT の違いは，上記手順 (3), (4) および (5) に示す高周波成分の計算方法である．従来の 2D-CDWT が，*x*, *y* に分離したフィルタを利用しているのに対し，本手法は 2 次元非分離型の方向性フィルタを利用している．本報で提案した方向性フィルタを採用することで，任意の角度範囲の方向成分の抽出に期待できる．しかし，非



(a)$[\theta_1, \theta_2] = [40, 50]$[deg] (b)$[\theta_1, \theta_2] = [70, 80]$[deg] (c)$[\theta_1, \theta_2] = [90, 100]$[deg]

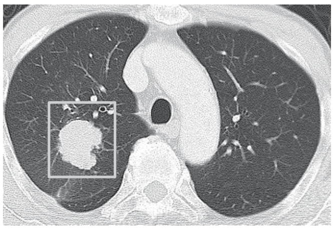
(d)$[\theta_1, \theta_2] = [-5, 5]$[deg] (e)$[\theta_1, \theta_2] = [130, 140]$[deg] (f)$[\theta_1, \theta_2] = [160, 170]$[deg]

Fig. 10. The result of directional edges with designed angular range by using the proposed method.

分離型のフィルタであり 2 次元の畳み込み演算を行うため，従来の 2D-CDWT よりも計算量が多い．関連手法と比較すると，ガボールフィルタや Curvelet 変換はダウンサンプリングを適用しないため，計算量が本手法よりも多い [6]．さらに，本手法は戸田らの提案する CDWT を基にしているためシフト不変性を持つ．また，Contourlet 変換は実数型の MW に相当するフレームを利用するため，シフト不変性は持たない．本手法の適用例を図 10(a)〜(f) に示す．図 10 では，入力画像として，図 1 を用い，各レベルの各方向成分を計算した．今回，分解レベルは −2 とした．図 10(a)〜(f) はいずれもレベル −2 の AVDC を示している．図 10 のそれぞれの画像から，本手法が，方向性フィルタで設計した角度範囲に従い，各方向のエッジを検出していることが確認できる．また，従来の 2D-CDWT の AVDC では，角度範囲が広いものもあったが，本手法では，細かい角度範囲に設定し，その AVDC を検出できるため，多くの方向の AVDC を検出可能であった．そのため本手法は，従来よりも細かな方向性特徴を画像から検出可能な手法だと考えられる．

4. 医用画像認識への応用

本章では，本手法の有効性を検討するため，医用画像認識に応用する．検討する病変として肺内部に腫瘤を持つ CT 画像の病変部位認識を検討し，その有効性を検討する．今回は年齢・性別を問わず，腫瘤を持つ患者 6 名から，腫瘤がある CT 画像 6 枚 (Mass Sample)，腫瘤が無い CT 画像 (Normal Sample) を 6 枚選択し，計 12 枚の画像を利用した．また，本報では，腫瘍の検出ではなく，単純な腫瘤の検出を目的とする．そのため，CT 画像上に浸潤影として表れる腫瘍や腫瘤の良性・悪性の判別は本研究では対象としない．各 CT 画像を本手法によって処理し，処理結果から特徴ベクトルを計算する．そし



(a)

(b)

Fig. 11. The example of medical images that have the mass in the lung area.

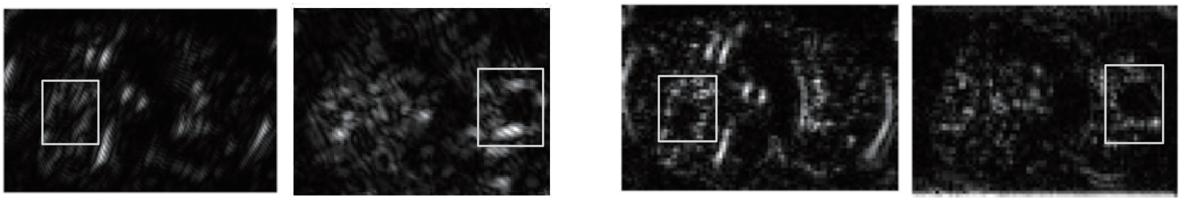
て，計算した特徴ベクトルを，サポートベクターマシン（Support Vector Machine, SVM）に入力し，CT 画像内の腫瘤を認識する．また，本手法以外にも従来の 2D-CDWT，ガボールフィルタにおいても，同様の実験を行い，提案手法との認識結果や認識率を比較検討する．

4.1 胸部 CT 画像への本手法への適用

図 11(a)，(b) に腫瘤部位がある胸部 CT 画像の例を示す．同図 (a) の画像サイズは，256 × 320[pixel]，同図 (b) は 256 × 352[pixel] である．この画像の肺野内にマークした白くギザギザの辺縁形状を持つ白い塊が腫瘤である．図 12(a) に，図 11 のそれぞれの画像を本手法で変換した結果を示す．図 12(a) 左は，分解レベル-2 の本手法を適用し，160[deg] から 180[deg] までの AVDC を計算した結果を示している．同図 (a) 右は，分解レベル-2, 90[deg] から 110[deg] の AVDC を計算した結果である．それぞれに用いる方向性フィルタのタップ数は 16 × 16(縦×横) 点とした．一方で図 12(b) のそれぞれは 2D-CDWT を適用した結果を示している．2D-CDWT も分解レベルは-2 とし，同図 (b) 左は，$|D^{1,HL}_{-2}|$ を計算した結果であり，同図 (b) 右は $|D^{0,LH}_{-2}|$ を計算した結果である．それぞれの変換結果から，マークした腫瘤の輪郭部位を検出していることが確認出来る．図 12(a) および図 12(b) の結果を比較すると，どちらの手法も腫瘤部位を検出しているが，腫瘤部位以外では，2D-CDWT は腫瘤部位以外にも検出している部分が多いのに対し，一方で，本手法は，2D-CDWT と比較して，腫瘤部位以外に検出している部分が少ない．そのため本手法は，腫瘤部位によく反応し，腫瘤部位とそれ以外の正常部分を鮮明に分離可能な処理であることが確認出来る．

4.2 特徴ベクトルの計算

図 12(a) から，本手法を用いて腫瘤のエッジ等を検出可能であることを確認した．また，従来の 2D-CDWT と比較して，腫瘤をよく検出し，その他の部位の検出は少ないことが確認された．次に，腫瘤部位を認識するために，本手法を適用した結果から，特徴ベクトル（特徴量）を計算する．作成した特徴ベクトルを SVM（識別器）に入力し，腫瘤部位



(a) (b)

Fig. 12. The processing result, where (a)shows processing results by using proposed method and (b) shows processing results by using CDWT.

の認識結果を結果を得る．

本研究では以下の手順で特徴ベクトルを計算する．

1. 入力された画像に提案する方向性ウェーブレット変換を適用する．今回は，レベル-4 までの変換を行う．さらに，各レベルで 9 方向 (各方向成分の担当する角度範囲が 20[deg]) の AVDC を計算する．レベル-4，9 方向のため，変換結果として 36 枚の画像 (各 AVDC) と低周波成分が得られる．
2. 各方向成分の画像を，予め設定したブロックに分割する．今回は，16 × 16[pix] のブロックに分割する．ここで，各レベルの AVDC は間引かれている（ダウンサンプリング）ため，レベル毎に各画像サイズは異なる．画像サイズが異なるため，レベル毎にブロックが担当する元画像における大きさは異なる．
3. 各ブロックの中で，AVDC の数値が大きい順に 3 点取り出す．取り出した点を特徴点とする．ここで，特徴点と同位置の他の方向成分の数値も取り出す．36 枚の画像があるため，取り出した特徴点 1 つにつき，36 個の数値を取り出すこととなる．これを 36 次元の特徴ベクトルとする．
4. 全ての AVDC(36 枚) の全てのブロックで，特徴点を取り出し，特徴ベクトルを計算する．

手順 2. では，AVDC をブロックに分割するが，ブロックサイズが一定で，画像サイズがレベルによって異なるため，元画像における各ブロックが担当する範囲はレベルによって異なる．これは，例えばレベル-2 の方向成分の N × N[pix] のブロックは，元画像では，2N × 2N の領域に相当し，レベル-3 では,4N × 4N の領域に相当することを意味する．そのため，様々な大きさのブロックから特徴点を計算するため，拡大縮小の変化に対応した特徴点を計算可能であると考えられる．ブロック計算の腫瘤検出プロセスにおける役割は，局所的に振幅の高い特徴点の取得である．本実験のような医用画像を単純に画像全体から振幅の高い点を取得すると，人体と肺野の境界 (肺胸膜) や，気管と人体の境界に特徴点が集中し，腫瘤部位が特徴点として選択されない．同様の理由で，ブロックサイズが腫瘤のサイズに比べて大きすぎる場合は，腫瘤から取得する特徴点の数が少なくなってしまう．一方で，ブロックサイズが小さすぎる場合は，識別に重要でない特徴点が増加し，学

習・識別のノイズとなることが予想される．そのため，腫瘤以外の人体の組織と腫瘤が異なるブロックとなるようにサイズを調節する必要がある．今回の実験ではブロックのサイズを 16[pix] とした．これは，腫瘤の大きさに比べて小さいため，腫瘤部位から均一に特徴点を取得できる．また，後述する分離度が最も高くなるように，設定したものである．

次に，計算した特徴ベクトルを基に腫瘤部位認識を行うための，ラベルを付与する．ラベルは，腫瘤ラベルとそれ以外の正常ラベルを設定し，SVM の学習に利用する．腫瘤ラベルの付与には，医師に画像を提示し，腫瘤部位の領域 (Region of Interest, ROI) を回答して頂いた．そして，上記方法で計算した特徴ベクトル (特徴点) の内，医師が示した ROI 内にある特徴ベクトルに，腫瘤ラベルを付与した．ROI 外の特徴ベクトルには，正常ラベルを付与した．腫瘤が無い画像の場合は得られた特徴点全てに正常ラベルを付与した．

4.3 腫瘤部位の認識と位置・大きさの計算

次に，特徴ベクトルとそのラベルを SVM に入力し，学習・分類による画像認識実験を行う．画像認識実験は，以下の手順で行う．

1. 今回使用する 12 枚の CT 画像の内，1 枚を検査画像として，選択する．それ以外の画像は，SVM の学習用画像とする．
2. 検査画像および学習用画像のそれぞれから前述の方法で特徴ベクトルを計算する．
3. 学習用画像から得られた特徴ベクトルと医師が指定したラベルを SVM に入力・学習し，識別モデルを計算する．SVM では，RBF カーネル（$\gamma = 1$）を用い，コストパラメータは 1 とした．また，SVM の前処理として，特徴ベクトルの数値は各次元で最大値が 1，最小値が 0 となるように線形化した．
4. 検査画像から得た特徴ベクトルを，(3) で学習した識別モデルに入力し，各特徴ベクトルの認識結果を計算する．その結果として，各特徴ベクトルが腫瘤もしくは正常のラベルのどちらであるかがが計算される (図 13(a)).

上記処理によって，図 13 のような，特徴ベクトルの分類結果が得られた．同図中の赤く示された点が腫瘤と認識された特徴点（特徴ベクトル）である．ここから，腫瘤部位付近の特徴ベクトルが認識されていることが確認出来る．また，腫瘤辺縁に特徴点が多いことから，方向性エッジとして得られた特徴が認識に寄与していることが確認できる．また，同図の検出された特徴点を見ると，輪郭上だけでなく，輪郭の周囲にも検出された特徴点が存在している．これは，図 12(a) に示す変換結果において，腫瘤のエッジ部分がある程度の幅を持ってピークを形成しているためだと考えられる．本手法で利用する方向性フィルタおよびローパスフィルタは，特定の周波数帯域に制限されているため，フィルタの振幅が大きい部分である半値幅 (本論文では周波数領域の半値幅と区別するためフィルタ幅と呼ぶこととする) を持つ．そのため，フィルタの応答やその絶対値もある程度の幅を持ち，輪郭周辺の特徴点も腫瘤候補として検出されたと考えられる．

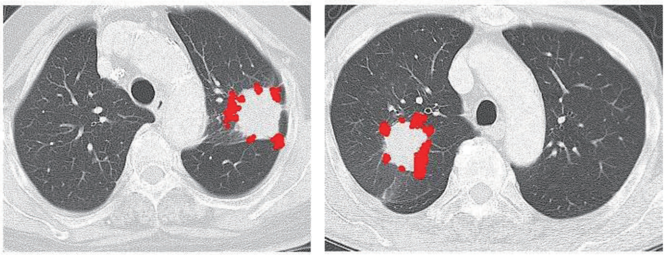


Fig. 13.　The results of from (1) to (4) in recognition process.

次に，この結果を基に，腫瘤の有無の判定，位置および大きさの計算を以下の投票処理にて行う．また大きさの計算には，分類結果に加え，方向性ウェーブレット変換で計算された低周波成分も利用する．

1. 検査画像と同じサイズの配列を用意する．配列の初期値は全て 0 である．（以後，投票画像と呼ぶ）
2. 図 13(a) の分類結果で腫瘤ラベルが得られた点（同図赤点）の一つを選択し，その 24 近傍の領域に 1 を足す．
3. 全てのの赤点で同様の処理を繰り返す．近傍の領域が重複する場合は，現在の値にさらに 1 を足す．（この結果，赤点が密集し，重複する領域が多い場合は投票数が大きくなり，画像の値が大きくなる．一方で分類結果の誤検出のような孤立した点では重複する領域が少ないため，値が小さくなる．）
4. 図 14(a) の投票処理結果を得る．
5. 投票画像に対し，閾値処理を行い，投票数が多い点のみを残す．今回，閾値は 8 とした．閾値処理の結果を図 14(b) に示す．
6. 閾値以上の点がある場合，閾値以上の全ての点の座標の平均値を取り，腫瘤の位置とした（図 15）．また，閾値以上の点がある場合，画像に腫瘤有りと判定する．一方で，閾値以上の点がない場合は，その画像に腫瘤がないと判定する．
7. 腫瘤の位置を計算後，その大きさの計算のため，腫瘤の位置とその周辺の領域に対応する低周波成分を切り出す．低周波成分は，$c^{RR}_{-1,x,y}$, $c^{RI}_{-1,x,y}$, $c^{IR}_{-1,x,y}$ および $c^{II}_{-1,x,y}$ 各々の自乗和の平方根である．切り出した低周波成分は図 16 である．
8. 切り出した低周波成分に閾値処理を適用する．閾値は，切り出した低周波成分の最大値の半分とした．
9. 閾値処理後，2 値画像に対し，0 に囲まれた 1 の点（8 近傍が全て 0 で中心が 1 の点）を削除し，その後，モルフォロジ演算のオープニング処理を適用する．この処理は，腫瘤と肺野外側の人体と分離させるための処理である．
10. オープニング処理後の画像に対し，腫瘤の位置の座標を含む白い領域のみを残し，それ以外の白い領域は削除する．ここで，オープニング処理の回数は 1 回とした．
11. 残った領域を腫瘤の領域とし，その面積（画素数）を腫瘤の大きさとした．図 17(a) に，オープニング処理結果，同図 (b) に手順 11. の処理結果を示す．

(a) (b)

Fig. 14. The voting process image.(a)Vote image,(b)Vote image after thresholding.

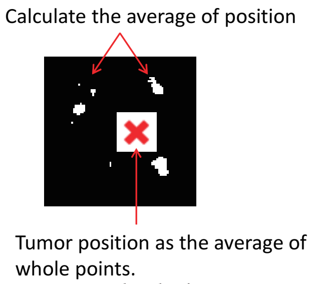


Fig. 15. The calculating process about mass position.

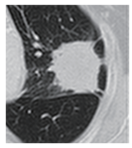


Fig. 16. The low frequency area of around the mass position.

(a) (b)

Fig. 17. (a)The opening processed image,(b)Result of process (11).

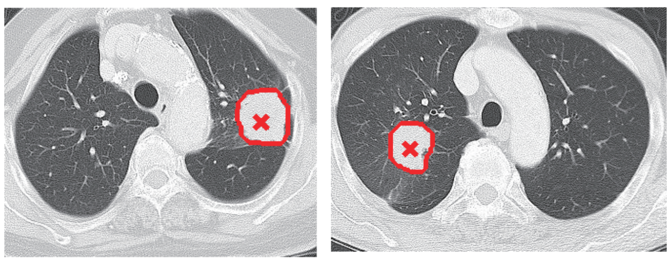


Fig. 18. The calculation results of the mass positions and the sizes.

最後に，図 17 から得られた結果を利用し，元の検査画像に対し，腫瘤の位置を ‘×’ で示し，腫瘤の領域を赤線で示す．その結果を，図 18 に示す．図 18 から，腫瘤の位置，領域を正確に捉えらていることが確認できる．腫瘤の位置については，(6) の処理にて，計算した座標が，ROI の内部であるかを判定し，ROI 内ならば，検出可 (Detected) とし，ROI 外ならば検出不可 (Not Detected) とした．

次に，本手法と従来手法である 2 次元複素数離散ウェーブレット変換（2D-CDWT），ガボールフィルタと検出結果を比較する．2D-CDWT，ガボールフィルタの画像認識の場

Table 1. The mass detection result.

Method	Mass Sample		Normal Sample	
	Detect	Not Detect	Detect	Not Detect
Proposed method	5	1	0	6
2D-CDWT	4	2	0	6
Gabor Filter	1	5	0	6

合も，SVM でのパラメータやカーネル関数は本手法と同様のものを用いた．2D-CDWT は，戸田らの提案する CDWT を用い，分解レベルは本手法と同様に-4 とした [2]．特徴ベクトルの計算には，式 (2.6) から AVDC を計算した後，本手法と同様の方法で計算した．2D-CDWT の場合は，各レベルで 6 つの AVDC を計算するため，特徴ベクトルの次元は 24 次元 (4 レベル× 6 方向) である．

ガボールフィルタは，以下の式を利用した．

$$G = exp\left(-\frac{x_\theta^2}{\sigma_x^2} + \frac{y_\theta^2}{\sigma_y^2}\right) exp\left(\frac{-2\pi i}{\lambda x_\theta}\right) \tag{4.1}$$

ここで，

$$\begin{pmatrix} x_\theta \\ y_\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \tag{4.2}$$

フィルタのパラメータとして，中心周波数 λ は，2.7,4,8,16 を利用した．この中心周波数に対応して，σ_x は 1, 2, 4, 8 のパラメータを利用し，σ_y は $2\sigma_x$ とした．θ は，0[deg] から 10，20，30[deg] と 10[deg] 刻みで，18 方向のフィルタを適用した．ガボールフィルタの場合は各 θ のフィルタを適用し，得られた結果の絶対値を取り，AVDC とした．特徴ベクトルの計算は，本手法と同様である．また，18 方向で，4 スケール (4 つの ψ で計算) のガボールフィルタを適用したため，特徴ベクトルの次元は 72 次元となる．

4.4 結果と考察

実験を行った 3 つの手法の検出率を表 1 に示す．この結果から，本手法が，最も検出率が高いことが確認できる．また腫瘤の無い正常サンプルからの誤検出は 3 つのどの手法からも確認されなかった．

3 つの手法を比較して，本手法が最も検出率が高い結果となった．次に，2D-CDWT，ガボールフィルタという順で高い検出率が得られた．ここで，ガボールフィルタは，2D-CDWT に比べ，18 方向と多くの方向性特徴を利用したが，検出結果は，2D-CDWT よりも低い検出率が得られた．この原因として，処理結果のスパース性が挙げられる．ガボールフィルタやガボール変換等は，過剰基底を構成するため，冗長な画像表現となって

いる．一方で CDWT は双直交ウェーブレットを基に構成されており，スパース性の高い画像表現となる．スパースな画像・信号表現は画像特徴抽出や信号分離に有用であるため，2D-CDWT がガボールフィルタよりも高い検出率を得られたと考えられる．本手法は，2D-CDWT が直交のローパス・ハイパスフィルタを利用している一方で，方向性フィルタを利用しているため，スパース性は低いと考えられる．しかし，本手法は，CDWT を基に，ローパスフィルタを利用しているため，ガボールフィルタよりも高いスパース性が得られていると考えられる．それに加えて，多くの方向性特徴を利用しているため，最も高い検出率となったと考えられる．

次に，各特徴ベクトルと検出結果を考察する．パターン認識において，サンプル (特徴ベクトル) を 2 クラスに分類する時，クラス内のサンプルで，分散が小さく，一方でクラス間の分散は大きいこと (クラス 1 とクラス 2 が離れている) が望ましい．そこで，クラス内分散および，クラス間分散を利用して，分離度が定義されている [10,11]. 分離度は画像処理の閾値を決める場合等にも利用するが，その場合は 1 次元のヒストグラムから分離度を計算するが，多次元の特徴ベクトルの場合は，式 (4.3) を用いる．

$$\hat{\mathbf{A}} = \hat{\mathbf{S_T}}^{-1}\hat{\mathbf{S_B}} \tag{4.3}$$

$$\hat{\mathbf{S_T}}^{-1} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(\mathbf{x_i} - \overline{\mathbf{x}}^m)(\mathbf{x_i} - \overline{\mathbf{x}}^m)^T \tag{4.4}$$

$$\hat{\mathbf{S_B}} = \frac{n_1 n_2}{N}(\overline{\mathbf{x}}^1 - \overline{\mathbf{x}}^2)(\overline{\mathbf{x}}^1 - \overline{\mathbf{x}}^2)^T \tag{4.5}$$

$$\mathbf{x_i} = (x_{i1}, x_{i2}, ..., x_{iD}) \tag{4.6}$$

ここで，$\mathbf{x_i}$ は多次元の特徴ベクトルであり，D は特徴ベクトルの次元である．$\mathbf{S_B}$ はクラス間分散行列である．また，$\mathbf{S_T}$ はベクトル全体における分散行列である．n_1 は腫瘤部位の特徴ベクトルの数 (サンプル数) である．n_2 はそれ以外の正常クラスの特徴ベクトルの数である．$\overline{\mathbf{x}}^1$ は，腫瘤部位の特徴ベクトル平均ベクトル，$\overline{\mathbf{x}}^2$ は，正常部位の平均ベクトル，$\overline{\mathbf{x}}^m$ が，特徴ベクトル全体の平均ベクトルである．そして，行列 $\hat{\mathbf{A}}$ の最大固有値 λ_{max} を分離度とする．ここで，λ_{max} は，クラス間分散が全体の分散に占める割合を与える．そのため分離度は 0 から 1 の範囲の規格化された値となる．実験を行った 3 つの手法で，それぞれ λ_{max} を計算した．その結果，本手法の分離度が，0.0605 であり，2D-CDWT の場合は，0.035 であった．さらに，ガボールフィルタの場合は 0.039 であった．この結果から，本手法は，認識結果と分離度が共に最も高い値となり，分離度が認識結果を裏付ける結果であった．しかし，2D-CDWT は，分離度がガボールフィルタよりも低いが，認識率はガボールフィルタよりも高い．そのため，分離度が認識結果に必ずしも寄与しないことがわかる．その原因としては，(1) 特徴ベクトルは分離されているが，SVM(識別部) のパラメータ設定等が最適ではない．(2) 分離度の計算では分布の重なりを考慮していないため，クラス間の距離が離れていても (クラス間分散が大きい)，分布同士の重なりが大きい．

(3) 特徴ベクトルの空間内で，分類はできているが，実際の特徴ベクトルが多クラスであり，2 つ以上のクラスの分離度を 2 クラスの分離度として計算したため，正確な分離度を計算できない．等が考えられる．(2) は，実際の分離度に比べ，認識率が高くならない場合等に当てはまる．(3) は，実際の分離度に比べ，認識率が高い場合に当てはまる．また (3) のような場合は，特徴ベクトルの空間上で，分離されていても，Normal クラスが 2 つあり，クラス内分散が大きくなってしまい分離度が小さくなってしまう．ガボールフィルタの認識率が低かった原因として，(2) が考えられ，2D-CDWT の分離度が低かった原因として (3) が考えられる．そのため，今後の課題として，特徴ベクトルの評価には，分離度だけでなく，分布の距離やベイズ誤り率等，複数の指標を用いることが必要である．

5. 腫瘤モデルを用いた認識率の比較

前節の腫瘤認識実験では，本手法の認識率および特徴ベクトルの分離度が高くその有効性が確認された．しかし，認識に利用した画像が 6 枚と少ない．そのため，認識結果に偏りがあり，一般性が十分にあるとは言えない．そこで，腫瘤を模擬したモデルを作成し，多数のサンプルで認識実験を行うことで，手法間の有意差を検討する．

5.1 腫瘤モデルの作成方法および実験に用いるデータセット

本研究で認識対象となる肺の腫瘤は，CT 画像上に円形の陰影として表れる [12]．一般に腫瘤の悪性が高くなるにつれて，腫瘤に刺状突起 (スピキュラ) が発生し，形状が不整に近づき，円形から崩れる．そこで，腫瘤モデルとして円・楕円を基に腫瘤モデルを作成する．まず，辺縁が不整な円を用意するため，半径 r の関数を以下の式を用いて準備する．

$$r(\theta) = r_{base} + r_2(\theta) \tag{5.1}$$

ここで，r_{base} は，腫瘤の元となる円形の半径を示し，r_2 は突起や溝を示すための関数である．r_2 の式を以下に示す．

$$r_2\theta = \mathrm{sgn}(\mathrm{rand}(n))\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp(\frac{(\theta - shift)^2}{2}), \quad \frac{360(n-1)}{N} \leq \theta \leq \frac{360n}{N} \tag{5.2}$$

$$shift = \frac{360(n-0.5)}{N} \tag{5.3}$$

$r_2(\theta)$ 中の，θ は，x_c，y_c を中心とした時の座標の角度である．$r_2(\theta)$ は，以下の式で表され，式中の N は予め指定した突起の数となる．sgn は，符号関数であり，-1 から 1 の範囲の乱数 rand(n) の符号を返す関数である．これにより，上に凸の正規分布と下に凸の正

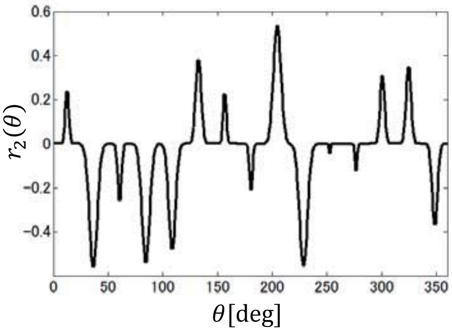


Fig. 19. The sample of r_2 function

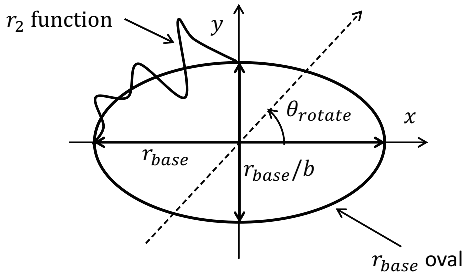


Fig. 20. The make process of model masses

規分布を用意し，腫瘤の突起は溝を示す．正規分布の分散 σ^2 については，乱数とした．n は 1 から N までの整数を示す．$shift$ は，正規分布を平行移動させるためのパラメータである．$r_2\theta$ は，各 n の正規分布を N まで結合させた関数となる．図 19 に $r_2(\theta)$ の関数の例を示す．次に，r を利用し，腫瘤モデルの 2 値画像を以下の式から作成する．

$$T_{img} = \begin{cases} 1 & (x - x_c)^2 + (by - y_c)^2 < r(\theta) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{5.4}$$

ここで，x_c，y_c は腫瘤の中心座標であり，今回は 512 × 512[pixel] の画像の中心を x_c，y_c とした．θ は，(x_c, y_c) を座標の原点とした時における，x 軸と点 (x, y) がなす角度である．b は楕円の程度を表すパラメータであり，b が大きいほど，x 軸の直径に対し y 軸の直径が小さくなり，x 軸方向に細長い楕円となる．腫瘤モデルは図 20 のように表せる．

さらに，上記の式から得られる T_{img} に対し，分散 0.5，平均 0 のホワイトノイズを付加する．その後，2 値画像の輪郭を平滑化させるために，ガウシアンフィルタを適用した．ガウシアンフィルタの σ_g は $r_{base}/10$ とした．腫瘤モデル画像を多数用意するため，突起 (溝) の数 n を 15 から 20 の範囲で変化させる．r_{base} は，$r_{base} = 10, 20, ..., 100$ まで，変化させ，b は $b = 1, 2, 3, 4$ と変化させる．さらに，斜めに配置された円もデータセットに含めるため，画像全体を $\theta_{rotate} = 0, 10, 20, ...170$[deg] と回転させる．画像の回転処理については回転行列を利用する．画像を回転させる際には，補間処理が必要となるが，今回は簡単のため線形一次補間を行った．これらのパラメータを変化させ，合計 4320 個の腫瘤モデルを作成した．腫瘤モデルの一例を図 21 に示す．図 21(a) に示す腫瘤モデル画像は，$r_{base} = 80$[pixel] とし，$N = 20$，$b = 2$，$\theta_{rotate} = 0$[deg] とした場合の一例である．同図 (b) は，$r_{base} = 50$[pixel] とし，$N = 20$，$b = 3$，$\theta_{rotate} = 110$[deg] とした場合，同図 (c) は，$r_{base} = 50$[pixel] とし，$N = 20$，$b = 1$，$\theta_{rotate} = 0$[deg] とした場合，同図 (d) は，$r_{base} = 100$[pixel] とし，$N = 20$，$b = 4$，$\theta_{rotate} = 30$[deg] とした場合の例である．作成した腫瘤モデル全てに対し，認識実験を行った．次節にて，認識実験の方法および，結果について述べる．

(a) (b) (c) (d)

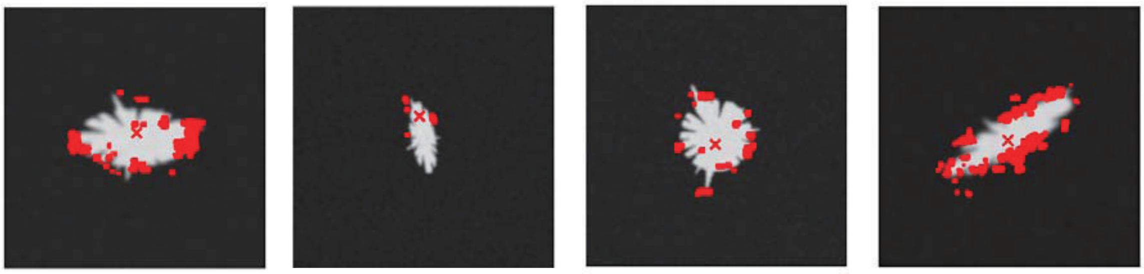
Fig. 21. The model masses

5.2 腫瘤モデルの認識実験および結果

前節で作成した腫瘤モデルから，仮想した腫瘤を検出するため，実際の腫瘤の認識実験と同様に，学習用データから，識別器を作成する．本節の実験では，学習用データとして，性別・年齢をしていない患者 6 名から，合計 52 枚の胸部 CT 画像を利用する．学習用データの各画像に対し，本手法，2D-CDWT，およびガボールフィルタで処理し，各々の手法で別々に特徴ベクトルを計算する．変換やフィルタ処理，特徴ベクトルの計算に必要なパラメータは，実際の腫瘤画像を処理した場合と同様のものを使用する．計算した特徴ベクトルを SVM に入力・学習し，識別モデルを得る．SVM の学習に用いるパラメータについても，実際の腫瘤画像を認識した時と同じパラメータを使用した．

次に，前節で作成した腫瘤モデル画像の一つを選択し，各手法で変換・フィルタ処理を行い，特徴ベクトルを計算する．計算した特徴ベクトルを学習後の識別モデルに入力し，各特徴ベクトルの識別結果を得る．識別結果の例を図 22 に示す．同図 (a)，(c)，(d) の結果は，腫瘤の周辺に検出した特徴点が多く存在し，良好な検出結果と言える．一方で同図 (b) の腫瘤の位置は腫瘤モデル内に示されているが，検出した候補点が少ない．そのため同図 (b) のような大きさのサンプルでは，検出不可となるパターンもあると考えられる．同図の検出された特徴点の傾向を考えると，同図の各サンプルで検出された特徴点は，いずれも突起の先端や溝の底に多く存在していることが確認できる．このような点は，単一の方向成分だけでなく複数の成分で高い振幅が得られる点である．また，図 13 の実画像においても，腫瘤の滑らかな輪郭部分ではなく，凹凸が多く存在する点の特徴点が検出されていることが確認できる．そのため図 13，22 の結果から，SVM の学習によって得られた識別器は，複数の AVDC で高い振幅を持つ特徴ベクトルを，腫瘤候補として，識別していると考えられる．

特徴ベクトルの識別結果を得た後，実際の腫瘤モデルを判定した時と同様の処理を行い．腫瘤の有無と位置を判定する．まず，投票処理を行い，その後投票画像に閾値処理を適用する．閾値処理後に，腫瘤の位置を計算する．そして，腫瘤の位置の正解・不正解を判定する．検出可・検出不可の判定基準として，腫瘤モデル作成時に利用した T_{img} を用



(a) (b) (c) (d)

Fig. 22. The recognition result of the model masses

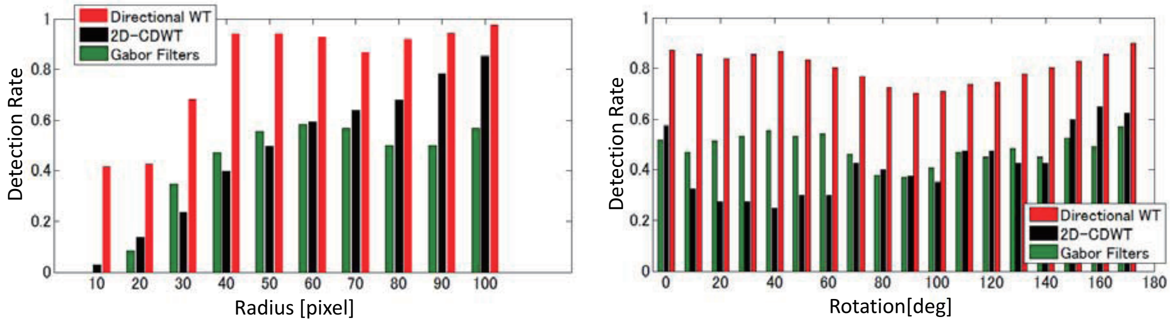
Table 2. The recognition rate of model masses.

	Directional WT	2D-CDWT	Gabor Filters
Recognition Rate(%)	80.4	48.5	41.8

いる．計算した腫瘤の位置における T_{img} の画素値が 1 ならば，腫瘤内を示していると判定し検出可とした．一方で計算した腫瘤の位置における T_{img} の画素値が 0 ならば，腫瘤外を示したと判定し，検出不可とした．

1 つのサンプルで検出可・検出不可を判定した後，他のサンプルにおいても同様の処理を繰り返し，全てのサンプルで検出結果を計算するまで，繰り返す．以上の処理から，検出率を計算した結果を表 2 に示す．なお，本研究では，方向性ウェーブレット変換，2D-CDWT について，サンプル数は，4320 個である．一方で，ガボールフィルタは計算量，特徴ベクトルの分類処理時間が，他の 2 手法と比較して，極端に大きくなるため 720 サンプルのみの腫瘤モデルを使用した．

次に，各腫瘤の半径 r_{base} 別の認識率を，図 23(a) に示す．また，画像の回転処理 θ_{rotate} ごとの認識率を図 23(b) に示す．図 23(a) に示すように，本手法の認識結果が最も高く，2D-CDWT，ガボールフィルタの順に，認識率が下がることが確認できる．これは，実際の腫瘤画像の認識実験と同様の傾向が得られている．しかし，いずれの手法においても，r_{base} が 10，20 の場合の認識率が低い．半径が小さい腫瘤は，突起や溝の大きさも小さいため，方向成分の値が大きくならないと考えられる．そして，SVM では突起や溝のような複数の方向成分で高い値を持つ特徴点を腫瘤としてよく検出していた．そのため，半径の小さい腫瘤では，方向成分が十分に高くならず，検出されなかったと考えられる．また，肺野内の結節 (血管等の画像上で白い塊状で写る物体) と見分けることが困難であり，認識率が低くなったとも考えられる．次に，図 23(b) に示すように，本手法の認識率は，θ_{rotate} に対して，大きな変動はなく，回転不変な認識が可能であることが確認できる．手法間で認識率に差が現れた原因として，実際の腫瘤画像の場合と同様に，方向性特徴の数およびスパース性が挙げられる．



(a) (b)

Fig. 23. The recognition rate in the sample masses(a)the rate at each radius(r_{base}), (b)the rate at each rotation angle($theta_{rotate}$)

6. まとめ

本研究では，従来の 2D-CDWT やその方向選択性について述べた．従来の 2D-CDWT では，分解結果から 6 方向の AVDC(画像中の方向性エッジや幾何学特徴) を得られるのみであったが，周波数特性と AVDC の関係を検討し，新たな方向性フィルタを設計した．そして，設計した方向性フィルタと従来の 2D-CDWT を組み合わせた新たな方向選択性を得る手法である方向性ウェーブレット変換を提案した．本手法を医用画像処理の腫瘤検出に応用し，その有用性を確認した．得られた主な結果は以下の通りである．

1. 方向性ウェーブレット変換の提案により，従来よりも多くの AVDC を計算可能となった．これにより，画像からより多くの幾何学特徴を得る手法を構築した．
2. 医用画像処理においては，本手法と 2D-CDWT の変換結果を比較し，方向性ウェーブレット変換が 2D-CDWT に比べ，腫瘤部位以外の振幅が小さく，腫瘤部位の特徴抽出としての有効性を確認した．
3. 腫瘤部位の検出については，本手法の適用結果から特徴ベクトルを計算し，SVM を用いて特徴ベクトルを分類した．その後，投票処理と閾値処理によって，腫瘤の位置，大きさを計算可能にした．その結果，本手法で 5/6 の検出率であった．また，誤判定したサンプルは，本手法では確認されなかった．検出率を他の 2D-CDWT，ガボールフィルタと比較し，本手法の検出率が最も高いことが確認された．さらに，腫瘤の大きさが実際の画像上のがんの領域と一致しており，計算した大きさが妥当であることが確認された．
4. 各手法から得られる特徴ベクトルの分離度について検討し，本手法の分離度が高いことを確認した．
5. 腫瘤モデルを作成し，合計 4320 枚の画像 (ガボールフィルタにおいては 720 枚) から，腫瘤認識実験を行った．その結果，全体の検出率，および腫瘤の大きさ別，腫瘤の角度別の検出率においても，本手法の検出率が他の手法と比較して最も高いこ

とが確認された．

今後，理論研究においては，本手法を 3 次元画像に適用可能にするため，3 次元周波数領域で方向性フィルタの設計を検討する．また，本手法は方向を任意に設計することが可能であるが，各レベルへの分解は従来の 2D-CDWT と同様に固定のスケールで分解する．スケール可変のウェーブレット変換を利用し，方向・スケールの両面での解析機能の向上が今後の課題である．医用画像応用においては，実画像での実験および腫瘤モデルを用いた実験においても，大きさが小さい腫瘤の検出率が低いことが課題となる．小さい腫瘤の検出率が低い原因として，(1) 実画像の実験では，6 サンプルと比較的小さなデータベースを用いたため，小さい腫瘤サンプルが他にない．そのため学習データベースの不足が考えられる．(2) 腫瘤が小さい場合は，その溝や突起はさらに小さく，フィルタ幅に対しても小さい．そのため，高い AVDC が得られず，検出不可となった．(3) デジタル画像の解像度により，腫瘤が小さい場合は，溝や突起の形状を十分に表現できていない．等が挙げられる．そのため，より多くの学習画像の充実，フィルタ設計の再検討，特徴ベクトルの構成方法の再検討を図る．

謝辞

本研究の一部は (独) 日本学術振興会科研費 (26420387) の補助を受けたことを付記し，謝意を表します．

参考文献

[1] Mallat, S. G., A Theory for Multiresolution Signal Decomposition The Wavelet Representation, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol.11, No.7(1989), pp.674-693.

[2] 戸田浩，章忠，完全シフト不変性を実現する複素数離散ウェーブレット変換，信号処理, Vol.12, No.2(2008), pp.156-166.

[3] Selesnick, W. I., The Design of Approximate Hilbert Transform Pairs of Wavelet Bases, IEEE Transactions on Signal Processing, Vol.50, No.5(2002), pp.1144-1152.

[4] Kingsbury, N. G., Image processing with complex wavelet(1999), pp.24-25, Philosophical Transactions of Royal Society London A.

[5] 加藤毅，章忠，戸田浩，今村孝，三宅哲夫，2 次元複素数離散ウェーブレット変換の方向選択性およびその半導体ウェーハの欠陥検査への応用，日本機械学会論文集 C 編, Vol.79, No.808(2013), pp.4901-4916.

[6] Candes, E. J., Demanet, L., Donoho, D. L. and Ying, L., Fast discrete curvelet trans-

forms, Multiscale Modeling and Simulation, Vol.5, No.3(2006), pp.828-860.

[7] Vetterli, M. and Do, M. N., The contourlet transform: an efficient directional multiresolution image representation, IEEE Transactions on Image Processing, Vol.14, No.12(2005), pp.2091-2106.

[8] 戸田浩，章忠，完全シフト不変性を実現する複素数離散ウェーブレット・パケット変換，信号処理, Vol. 14, No. 2(2010), pp.139-152.

[9] Toda, H., Zhang, Z. and Imamura, T., The Design of Complex Wavelet Packet Transforms based on Perfect Translation Invariance Theorems, International Journal of Wavelets Multiresolution and Information Processing, Vol.8, No.4(2010), pp.537-558.

[10] 岡崎彰夫, ビギナーズブックス はじめての画像処理技術, 工業調査会 (2000),p.79.

[11] 若杉智和, 西浦正英, 福井和広, 多次元分布間の分離度を用いたロバストな唇輪郭抽出, 電子情報通信学会技術研究報告 パターン認識・メディア理解 Vol.103, No.737(2004), pp.121-126.

[12] 吉永幸靖, 小畑秀文, 集中度評価法とベクトル集中度フィルタ, Medical Imaging Technology, Vol.19, No.3(2001), pp.154-160.

章　忠 (豊橋技術科学大学工学部)
〒441-8580 豊橋市天伯町雲雀ケ丘 1-1
E-mail: zhang@is.me.tut.ac.jp

加藤 毅 (豊橋技術科学大学大学院)
〒441-8580 豊橋市天伯町雲雀ケ丘 1-1
E-mail: ohtaki@is.me.tut.ac.jp

戸田　浩 (豊橋技術科学大学工学部)
〒441-8580 豊橋市天伯町雲雀ケ丘 1-1
E-mail: pxt00134@nifty.com

Wavelet を用いる話者分離、画像分離

新井康平*

*佐賀大学大学院工学系研究科知能情報システム学専攻

概要．エントロピー最大規範に基づくブラインドセパレーションにおける混合音声信号のウェーブレット多重解像度解析を用いた分離度の向上及びこれと同様の方法による混合画像の分離を紹介する。

Blind Separation and Image Separation Using Wavelets

Kohei Arai

Graduate School of Science and Engineering, Saga University

Abstract. A method for identification of speakers based on blind separation with Isolated Component Analysis: ICA by means of Maximum Entropy Method: MEM together with wavelet Multi-Resolution Analysis: MRA is proposed. One of the problems of the blind separation for identification of speakers is that it is not so good separability among the speakers. In order to improve the separability, histogram of the high frequency component derived from MRA is sharpened in the proposed method. High frequency component is extracted with MRA. Histogram of the high frequency component can be sharpened by using higher level of the MRA component. Separability depends on the sharpness of the histogram. Thus the speakers in concern are identified more clearly. Through a comparative study between blind separation with the first level of high frequency derived from MRA and that with the second level one (Proposed method), it is found that the proposed method can achieve 4 to 8.8% of separability improvement for the case of the number of speakers is 2, 4 and 8. Method for image separation using wavelets is proposed and is validated with several images in the SIDBA of standard Image Database.

１．まえがき

複数の音源が存在する環境下において、目的とする音だけを分離する音源分離技術が研究されている。特に、近年、テレビ会議、音声認識装置、デジタル補聴器等への利用が着目され、分離性能の向上に関する研究のみならず、応用研究が盛んに行われている。分離性能向上に関する研究では、マイクロホンアレイ[1]や独立成分分析（Isolated Component Analysis: ICA[1]）等が代表的な研究である。マイクロホンアレイは、複数のマイクロホンをアレイ上

[1] http://www.bksv.jp/Products/transducers/acoustic/acoustical-arrays.aspx

に並べ、各マイクロホンで観測される音源の位相特性を利用して、雑音を抑制し、目的音を強調する技術である。このマイクロホンアレイには、一般に遅延和型アレイ[2]と、適応型アレイ[3]とがあり、応用研究が進展している。遅延和型アレイおよび適応型アレイとも、従来からある指向性マイクとは異なり、ビーム方向を可変にし、目的音に対して指向性を持つ集音システムとして利用されている。

ICA は、信号源の確率的な独立性に基づき、音源分離を行う手法である。ICA では、信号源が確率的に独立であれば、Kullback-Leibler Divergence[4]を最大にするように復元フィルタを設計することで、複数の音源を観測音のみから分離することが可能である[5],[6]。エントロピー最大規範に基づくブラインドセパレーションは既に提案されている[7]。その際、分離度を向上させるため、混合音声信号のウェーブレット多重解像度解析（Multi-Resolution Analysis: MRA）[8]による高周波成分を用いる方法が一般に採られている。しかし、分離性能が十分ではなく、改善が望まれていた[9], [10]。

本論文で提案する手法は、MRA[11]を多段に施すことにより分離性能の向上を図るものである。話者の音声を合成し、分離を試みた結果、提案手法は既存の手法に比べ、4-8.8%の分離性能の向上に繋がることを確認した[12]。また、同様の手法を混合画像に適用し、画像分離[13]が適切に行えることを確認した。

1. 提案手法

独立成分分析（ICA）による話者分離では、話者音声信号の独立性を仮定している。たとえば、2 人の話者の音声信号を s_1,s_2 とし、それらの確率密度関数を $p(s_1),p(s_2)$とすると、それらの同時確率密度関数 $p(s)$は、

$$p(\mathrm{s}) = p(s_1)p(s_2) \qquad (1)$$

と表される。ここで両話者の混合信号を $x_k=(x_1,x_2)$とし、式(2)の 2 層ニューラルネットワーク[2]における出力 y_i の合同エントロピーを最大にすることにより、両話者の音声信号の独立性が最大となる。

$$y_i = g(v_i) = g(\sum_{k=1}^{2} w_{ik}x_k - \theta_i) \quad (i = 1,2) \qquad (2)$$

ここで w_{ik},θ_i はニューラルネットワークの結合係数および閾値であり、$g(v_i)$は、

$$g(v) = \frac{1-e^{-v}}{1+e^{-v}}$$

2 https://ja.wikipedia.org/wiki/%E3%83%8B%E3%83%A5%E3%83%BC%E3%83%A9%E3%83%AB%E3%83%8D%E3%83%83%E3%83%88%E3%83%AF%E3%83%BC%E3%82%AF

(3)

である。独立な信号が混合された混合信号 x_1,x_2 を入力として得られた出力 y_1,y_2 が独立になるならば y_1,y_2 は原信号であるといえる。この時、合同エントロピー$H(y)$は、

$$H(\mathrm{y}) = H(y_1) + H(y_2) - m(y_1, y_2) \tag{4}$$

である。ここで、

$$m(y_1, y_2) = \left\langle \ln \frac{p(\mathrm{y})}{p(y_1)p(y_2)} \right\rangle \tag{5}$$

であり、 $m(y_1, y_2) = 0$ となるならば、

$$p(\mathrm{y}) = p(y_1)p(y_2) \tag{6}$$

となるので、合同エントロピーを最大にするように出力を決定することにより、話者分離が可能であることを示している。そのため、最急降下法[3]による重み係数の最適化を行う。

$$w_{n+1} = w_n + \gamma\left(w_n^{-T} - \alpha \mathrm{y}\mathrm{x}^T\right) \tag{7}$$

$$\theta_{n+1} = \theta_n + \gamma \mathrm{y} \tag{8}$$

ここで γ、α はステップ幅および学習速度調整係数である。

音声信号の混合具合にもよるが、複数の音声信号が一定の比率で混合され、しかもその音声信号の分布が一般化ガウス分布[4]に従う場合は、理論的には合同エントロピー最大化法だけで目的音声信号を分離できる。しかし、実際には目的音声信号の混合率は他の音声信号に比べてかなり低く、自然音声信号の場合、信号の分布が一般化ガウス分布に従わないために分離がうまくいかない。そのため、自然音声信号をウェーブレット分解して得られる高周波成分の分布が一般化ガウス分布に従うことを利用する方法が考案されている[5]。

3
https://ja.wikipedia.org/wiki/%E6%9C%80%E6%80%A5%E9%99%8D%E4%B8%8B%E6%B3%95

4 一般化正規分布の確率密度関数は、
$f(x ; \mu, \sigma, c) = A \exp(-\gamma^c |x - \mu|^c)$
$\gamma = 1/\sigma \sqrt{\Gamma(3/c)/\Gamma(1/c)}$
$A = c\gamma / 2\,\Gamma(1/c)$
という関数形で表される。ここで、$\Gamma(\cdot)$ はガンマ関数である。

目的音声信号と他の音声信号それぞれにウェーブレット分解を施すと、得られた低周波成分はいずれも不規則な分布となり、一般化ガウス分布にはならない。そこでこの目的音声信号と混合音声信号の２つの高周波成分をニューラルネットワークに入力し、学習させると、学習されたネットワークは目的音声信号と混合音声信号の高周波成分を出力し、高周波成分の分離が可能になる。この時、学習後のウェーブレット分解後の高周波成分のヒストグラムは一般化ガウス分布に従う。このニューラルネットワークにそれぞれ２つの音声信号の低周波成分を入力すると、混合比率は高周波、低周波両成分に関して変わらないので、目的音声信号と他の音声信号の低周波成分が出力され、目的音声信号が再構成できる。この方法において分離度は高周波成分のヒストグラムのガウス性および尖鋭度に依存している。一般に、ガウス性は保証されるが、尖鋭度はさほど高くない。提案方法はこのガウス性と尖鋭度を高めるため、ウェーブレット分解を多段に施し、高レベルにおける高周波成分を用いて分離度の高い話者分離を行い、分離後の低周波成分を用いて再構成して目的音声信号を出力するものである。提案手法の過程を図 1 に示す。

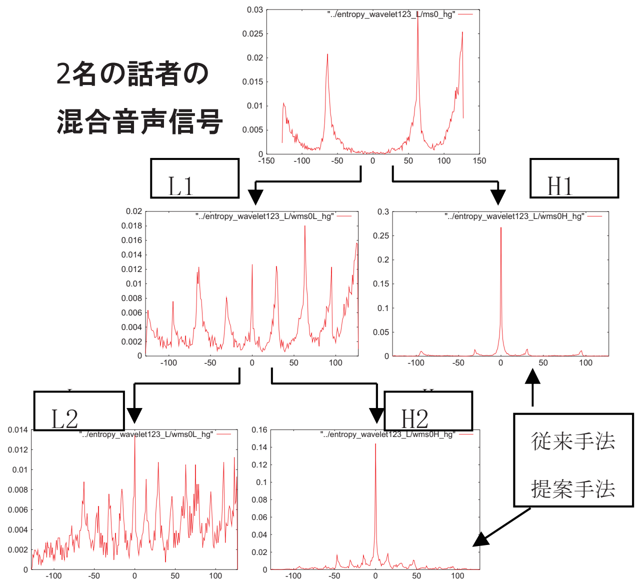


図 1　提案手法の話者分離過程

3.　実験

3.1　実験に使用した音声信号

サンプリングレイト 22.05KHz にて 8 ビット量子化の音声信号を全長 16384 サンプル取得した。話者は 20 歳台男性の 8 名である。2,4,6,8 名の混合音声信号を作成した。2 名の音声信号(s_1,s_2)の一部の例を図 2 に、また、混合音声信号(x_1,x_2)の例を図 3 に示す。x_1,x_2 の混合比は、それぞれ、0.6:0.4 および 0.8:0.2 である。

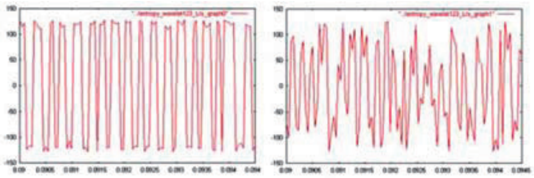


図 2　2 名の音声信号(s_1,s_2)の一部の例

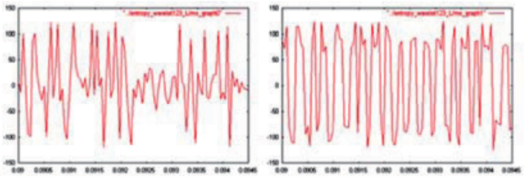


図 3 混合音声信号(x_1,x_2)の例

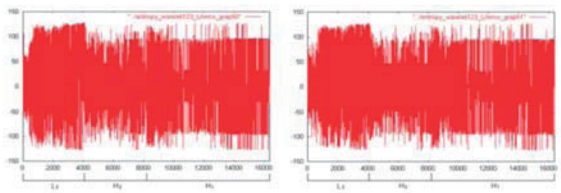
3.2　実験条件

γ、α は 0.05(サンプルピッチ)および 0.01 に設定した。また、ニューラルネットワークの重み係数の学習収束条件を 10^{-8} とした。さらに、学習回数の上限を 50 万回に設定した。

3.3　実験結果

図 3 の 2 名の話者の混合音声信号を用いてウェーブレット分解した後の信号を図 4 に示す。また、この高周波成分を用いて学習し、収束した後の話者分離後、ウェーブレット再構成してそれぞれの話者の音声信号を復元したものを図 5 に例示する。図 2 と比較すると判るようにほぼ完全に復元できていることが判る。このとき、混合比を種々変えて同様の実験を行ったが、分離は殆ど変化しないことを確認した。

復元音声信号と元音声信号との RMSE: Root Mean Square Error(分離誤差)および相関係数を評価した結果を表 1 に示す。同表にはウェーブレット分解後の H1 を用いて学習する従来手法と H2 を用いて学習する提案手法との RMSE および相関係数の比較を示す。この表から s_1,s_2 を比較すると、バリアビリティの大きな s_2 の分離誤差が大きいことが判る。また、提案手法は従来手法に比べ分離誤差が小さく、相関係数が大きいことが判る。計算に要する時間は両者とも 23 秒であり、レベルが 1 段高くなることの処理時間は、全体から見れば些少であることが判る。



| L2| H2 |　　H1　 |　 | L2| H2 |　 H1　　 |

図 4　ウェーブレット分解のレベル 1 の高周波、レベル 2 の高低周波成分

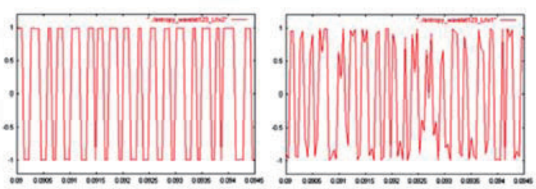


図 5　復元音声信号(ニューラルネットワークの出力、y_1,y_2)

表 1　従来手法と提案手法の比較

	s_1	s_2	計算時間
従来手法での分離誤差 (相関係数)	6.501%(0.9938)	7.857%(0.9918)	$t = 23$[sec]
提案手法での分離誤差 (相関係数)	6.377%(0.9940)	7.260%(0.9930)	$t = 23$[sec]

また、他の例として 8 名の話者の音声信号を図 6 に、混合信号を図 7 にそれぞれ示す。また、同様に復元信号の例を図 8 に示す。これを図 6 と比較すると判るようにおおむね復元できていることが判る。

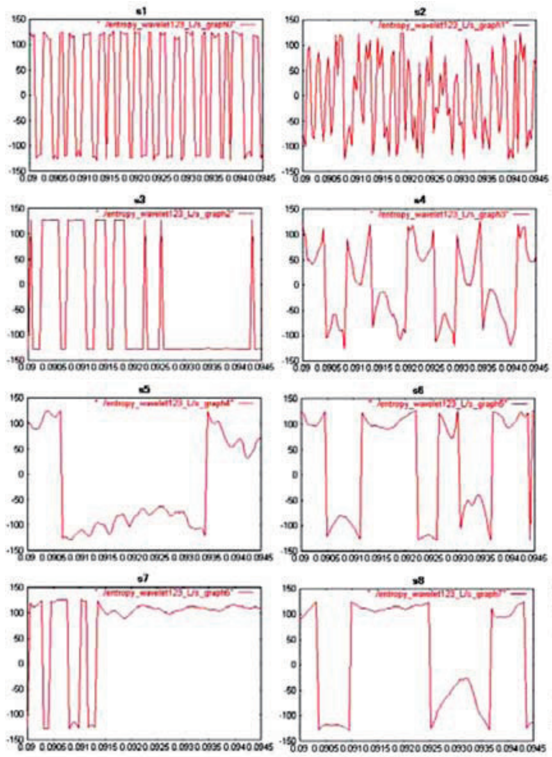


図 6　8 名の話者の音声信号の例

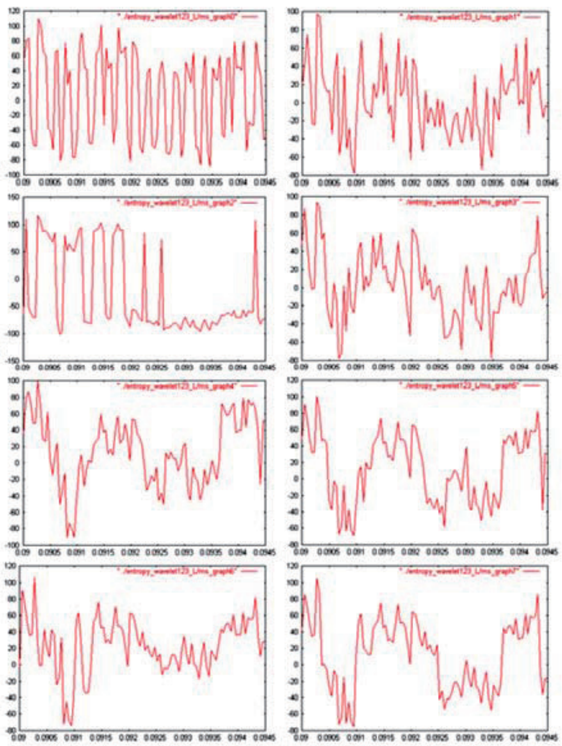


図 7　話者 8 名の混合信号の例

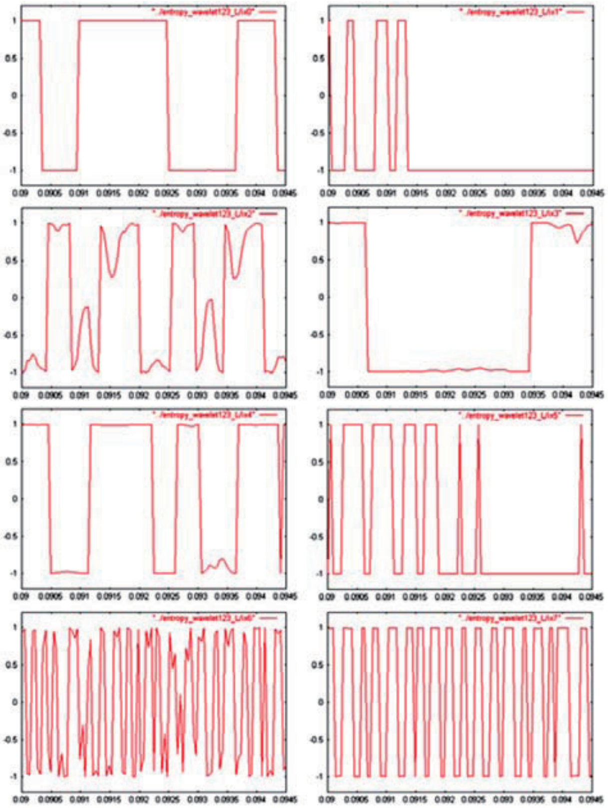


図 8　復元音声信号(ニューラルネットワークの出力、y_1 から y_8 : 図 6 との対応において降順になっている)

この時、混合比は以下の行列に示すとおりである。

$$F_8 = \begin{pmatrix} 0.65 & 0.05 & 0.05 & 0.05 & 0.05 & 0.05 & 0.05 & 0.05 \\ 0.05 & 0.6 & 0.1 & 0.05 & 0.05 & 0.05 & 0.05 & 0.05 \\ 0.05 & 0.05 & 0.65 & 0.05 & 0.05 & 0.05 & 0.05 & 0.05 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.3 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.02 & 0.02 & 0.02 & 0.02 & 0.86 & 0.02 & 0.02 & 0.02 \\ 0.01 & 0.01 & 0.01 & 0.01 & 0.01 & 0.93 & 0.01 & 0.01 \\ 0.06 & 0.05 & 0.04 & 0.03 & 0.02 & 0.01 & 0.69 & 0.01 \\ 0.05 & 0.01 & 0.05 & 0.01 & 0.05 & 0.01 & 0.03 & 0.9 \end{pmatrix}$$

また、混合比を種々変えて同様の実験を行ったが、分離は殆ど変化しないことを確認した。

目的音声信号 s_1,s_2 を 2 から 8 名の混合信号から分離する際の分離誤差および目的音声信号と復元信号との間の相関係数を評価した。その結果を表 2 に示す。同表には上段に従来手法、下段に提案手法の分離誤差および相関係数を表した。同表から、分離誤差は混合比や混合する話者の人数にはさほど依存しないことが判った。また、復元後の音声信号と元信号の相関係数は 0.9918 以上であり、復元音声は元音声と遜色ないことを確認した。さらに、従

来手法と比較して提案手法は 4-8.8%の分離性能の向上を達成できていることを確認した。

表 2　提案手法による話者分離性能(分離誤差)および目的音声信号と復元信号と相関係数

混合行列 F_2,F_4,F_6,F_8 での実験結果		
	s_1	s_2
F_2:従来手法での分離誤差 (相関係数)	6.494%(0.9938)	7.861%(0.9918)
F_2:提案手法での分離誤差 (相関係数)	6.376%(0.9940)	7.263%(0.9930)
F_4:従来手法での分離誤差 (相関係数)	6.470%(0.9938)	7.834%(0.9918)
F_4:提案手法での分離誤差 (相関係数)	6.331%(0.9940)	7.249%(0.9930)
F_6:従来手法での分離誤差 (相関係数)	6.459%(0.9938)	7.822%(0.9918)
F_6:提案手法での分離誤差 (相関係数)	6.316%(0.9940)	7.227%(0.9930)
F_8:従来手法での分離誤差 (相関係数)	6.448%(0.9938)	7.811%(0.9918)
F_8:提案手法での分離誤差 (相関係数)	6.291%(0.9940)	7.203%(0.9930)

4.　画像分離

たとえば、オリジナル画像にコピーライト画像を混合した画像モデルを式(9)で定義する。

$$x_i(t) = a_{i1}\, s_1(t) + a_{i2}\, s_2(t) \qquad (9)$$

混合した画像を流通させ、混合した画像が盗用されたとしても混合した原作者は当該画像からコピーライト画像を画像分離によって抽出することができるのでコンテンツのコピーライトを守ることができる。画像分離は前出の合同エントロピー最大化法に基づいて行う。すなわち、式(1)-(8)で表される 2 音声信号を画像に置き換えることによって合同エントロピーを最大化することによって分離する。画像ヒストグラムの分布が一般化ガウス分布に従う場合は、理論的には合同エントロピー最大化法だけで目的画像を分離できる。しかし、実際には目的画像の混合率は他の画像に比べてかなり低く、自然画像の場合、画像ヒストグラムの分布が一般化ガウス分布に従わないために分離がうまくいかない。そのため、自然画像をウェーブレット分解して得られる高周波成分の分布が一般化ガウス分布に従うことを利用する方法を採用する。

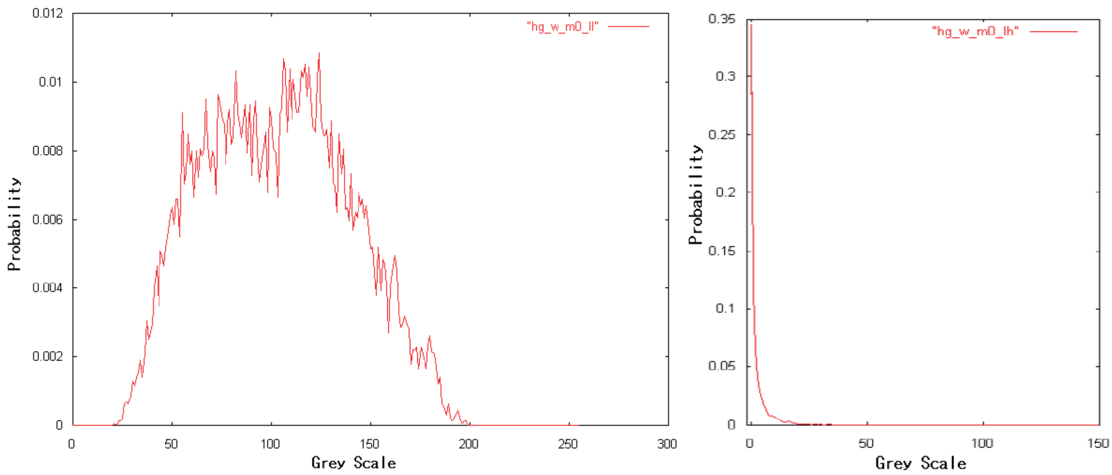
目的画像と他の画像のそれぞれにウェーブレット分解を施すと、得られた低周波成分はいずれも不規則な分布となり、一般化ガウス分布にはならない。そこでこの目的画像と混合画像の２つの高周波成分をニューラルネットワークに入力し、学習させると、学習されたネットワークは目的画像と混合画像の高周波成分を出力し、高周波成分の分離が可能になる。この時、学習後のウェーブレット分解後の高周波成分のヒストグラムは一般化ガウス分布に従う。このネットワークにそれぞれ２つの画像の低周波成分を入力すると、混合比率は高周波、低周波両成分に関して変わらないので、目的画像と他の画像の低周波成分が出力され、目的画像が再構成できる。

図9にSIDBA標準画像のLena及びHaar基底関数に基づく離散ウェーブレット変換画像を示す。

(a)Lena (b)離散 Wavelet 変換画像

図 9 SIDBA 標準画像の Lena 及び Haar 基底関数に基づく離散ウェーブレット変換画像

離散ウェーブレット変換画像の低周波成分 LL 及び高周波数成分 HH のヒストグラムは図 10 に示すように、高周波数成分はガウス分布に極めて近い。そのため、これにより画像分離が可能になると期待できる。



(a)離散ウェーブレット変換画像の低周波成分 LL　　(b)高周波数成分 HH のヒストグラム

図 10 離散ウェーブレット変換画像の低周波成分 LL 及び高周波数成分 HH のヒストグラム

図 11 に Lana 及び Barbara の原画像を示す。図 12 に Lena 画像に Barbara 画像を 10%混合した画像、図 13 に Haar 基底に基づく離散ウェーブレット変換を適用した結果画像及び図 14 に画像分離後の分離画像を示す。

(a) Lena (b)Barbara

図 11 原画像

図 12 Lena 画像に Barbara 画像を 10%混合した画像

図 13 Haar 基底に基づく離散ウェーブレット変換を適用した結果画像

図 14　画像分離後の分離画像

これらから、提案手法の妥当性が示されたと考える。

4.　あとがき

提案手法の分離性能の向上の理由は、離散ウェーブレット分解後の高周波成分のヒストグラムのガウス性および尖鋭度の向上にあると考えられる。そのため、χ^2 検定によりガウス性の向上度を評価した。離散ウェーブレット分解後の H1 および H2 の分布と正規分布の理論分布との差を用い、棄却率 0.05 の基準にて χ^2 値を評価すると、11 から 12 程度であり、10%程度の差が H1 と H2 との間で認められた。この差は殆どすべての実験条件において認められた。したがって、提案手法は従来手法に比べてガウス性が向上し、その結果として分離度が向上したものと考える。

画像分離に同様の手法を適用したところ、良好な分離画像が得られた。これにより、例えば、コピーライト画像を原画像に混合させることによるコンテンツのコピーライトプロテクションが可能になると考える。

参考文献

[1]Aapo Hyvanrinen, Juha Karhunen, Erikki Oja,　根本　幾、川勝真喜訳、独立成分分析―信号解析の新しい世界―、東京電機大学出版局、2005.

[2]野村博昭，金田豊，小島順治，近接音場型マイクロホンアレイ，日本音響学会誌，53,　2, 110-116,　1997.

[3]金田豊，アダプティブマイクロホンアレー，電子情報通信学会論文誌, J75-B-II, 11,　742-748, 1992.

[4]高木幹夫、下田陽久編著、新井康平共著、画像解析ハンドブック、東京大学出版会、1991.

[5]C.Jutten,J.Herault, Blind separation of sources, Part I: An adaptive algorithm based on neuron, Signal Processing, 24, 1-10, 1991.

[6]甘利俊一，村田昇，独立成分分析－多変量データ解析の新しい方法，サイエンス社，2002.

[7] 森下真一・宮野　悟 編、BIT(Tokyo)5 月号別冊、発見科学とデータマイニング、第 20 章、

新島耕一、ブラインドセパレーションとウェーブレットによる隠蔽音声信号の発見、共立出版、201-206、2000.
[8]新井康平、ウェーブレット解析の基礎理論、森北出版、2000.
[9]A. Hyvanrinen, J. Karhunen, E. Oja, Independent Component Analysis, John Wiley and Sons, 2001.
[10] S. Amari, N. Murata, Independent Component Analysis -A New Method for Multi-Variate Data Analysis, Science Pub. Co. Ltd., 2002.
[11] 新井康平、独習ウェーブレット解析、近代科学社、2003.
[12] K. Arai, T. Yoshida, Speaker separation based on blind separation method with wavelet transformations, Journal of the Visualization Society of Japan, 26, Suppl.1, 171-174, 2006.
[13] K .Arai, Method for Image Source Separation by Means of Independent Component Analysis: ICA, Maximum Entropy Method: MEM, and Wavelet Based Method: WBM, IJACSA, 3, 11, 76-81, 2012.

新井康平　840-8502　佐賀市本庄 1 番地　佐賀大学工学研究科知能情報システム学専攻
1974 年日本大学大学院理工学研究科修士課程修了、1985 年 6 月工学博士、1974 年~78 年東京大学生産技術研究所、1979 年~1990 年宇宙開発事業団(現 JAXA)、1985~1987 年カナダ政府給費留学生(カナダリモートセンシングセンター：ポスドク)、1990 年~2014 年佐賀大学教授、2012 年から同大学名誉教授、大学院工学系研究科特任教授、現在に至る。1998 年からアリゾナ大学客員教授、2008 年から国際学術連合・宇宙研究委員会コミッション A 副議長、2008 年から日本学術会議連携会員、Editor-in-Chief of International Journal of Advanced Computer Science and Applications : IJACSA、Editor-in-Chief of International Journal of Intelligent System and Applications: IJISA 等を継続中。日本リモートセンシング学会論文賞、日本写真測量学会学会賞、International Journal of Advanced Computer Science and Applications Best Paper Award、文部科学大臣賞(科学部門)等受賞 30 回、著書：独習ウェーブレット解析(近代科学社)等 33 編、510 of Journal Papers。
http://teagis.ip.is.saga-u.ac.jp/

音響信号の時空間周波数領域表現について

矢田部 浩平
早稲田大学 基幹理工学研究科 表現工学専攻

概要． 音は通常マイクロホンを用いて計測されるので，時間を変数とする一次元信号として捉えられることが多い．一方，計算機の発達により多チャンネル収録が容易になったことや計測技術自体が発達したことで，音の空間的な情報を考える機会も増えている．すなわち，かつて音は時間のみに依存する関数と捉えられることが多かったが，近年は時間と空間に関する関数として測定データを扱うことができるようになってきた．これは，波動方程式の解を時間および空間的に離散化したデータが，観測として得られることを意味する．ここでは，波動方程式の解を時空間周波数領域で考察し，空間情報を含む音響信号の最適な表現に関する問題を提起する．また，同様の考え方を応用した音場の復元処理などについて述べる．

On spatio-temporal frequency domain representation of acoustic signals

Kohei Yatabe
Waseda University

Abstract. An acoustic signal has been ordinarily treated as an one-dimensional signal depending only on time since it usually measured by a single microphone. On the other hand, considering spatial information of sound became more and more popular recently because of rapid development of measuring systems which facilitate many-channel measurement and/or newly developed measurement methods. This transition of the situation allows us to treat measured acoustical data as samples of a function of not only time but also spatial variables; that is, a solution to the wave equation. In this paper, a solution space of the wave equation is discussed in the spatio-temporal frequency domain, and sampling problems to such solution are raised. Furthermore, some applications of such representation including a reconstruction method of a sound field are presented.

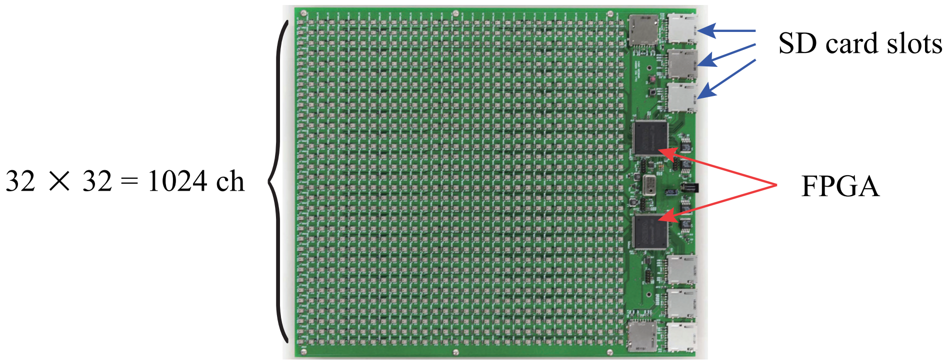


Fig. 1. 武岡らによる 1024 ch マイクロホンアレイ [3]．MEMS マイクロホンが 1 cm 間隔でプリント基盤に直接実装されており，各 MEMS からのデジタル出力が FPGA を通じて，表および裏面に配置された 16 枚の SD カードに記録される．プログラムを書き換えることにより，FPGA によるリアルタイム信号処理が可能である．

1. はじめに

音は通常マイクロホンを用いて計測され，時間に依存する一次元信号として捉えられることが多い．一方，複数のマイクロホンを用いれば音の空間的な情報を得ることができ，様々な音響信号処理において活用されている．例えば，いくつかの音が混じり合って録音された場合に混合音から個別の音を分離する問題が古くから研究されているが，空間的な情報があれば「音の到来方向」を利用することができ，単一の観測のみから分離する場合に比べ性能の高い処理を考えやすい．他にも様々な工学的問題において，複数のマイクロホンを用いて音を収録することは応用上大きなメリットがある．

かつては数個から多くても数十個のマイクロホンを用いた計測が現実的だったが，近年，マイクロホンの小型化やハードウェア性能の向上が進んだことで，非常に多くのセンサを用いた音場の計測が実現されている．例えば，80 ch [1] や 252 ch [2]，さらには Fig. 1 に示すような 1024 ch [3] ものマイクロホンを用いた計測システムが報告されている．また，音は空気の疎密変化であり，媒質の疎密に屈折率が依存することを利用して，光を用いた音の計測に関する研究も進められている [4]．光学系よっては測定点の移動が容易な場合や，カメラなどで空間的に広がりのある情報を取得できる場合もあり，そもそも光の経路上に存在する音が積分されて観測される性質などを考慮すると，光による測定手法は音の空間的な情報を取得しやすい構造をしていると言える．

このように，多チャンネルマイクロホンアレイや特殊な測定系を用いることで，音の空間的な情報を豊富に取得することができる．可聴音を捉えるのに古典的なサンプリング理論を考えれば，時間に関して数万サンプル毎秒程度で標本化され，空間に関してはセンチメートルオーダーでセンサが配置されることが好ましい．これまでは，時間に関して十分な標本が得られても空間を密に標本化することが困難であったので，複数マイクロホンに

よる観測は，時間に依存する一次元信号が複数観測されたと解釈することが一般的であった．しかし上記のように，空間に関しても十分な観測を行えるシステムが発達した結果，測定された音を位置と時間の関数として捉えることが現実味を帯びてきている．

可聴音のような我々の生活に身近な音は，線形波動方程式で良くモデル化できることが知られている．従って，時間および空間に十分にサンプリングされた音は，波動方程式の解を離散化したものと考えることができる．すると，波動方程式の解空間は特別な構造を有しているので，その解空間に稠密な関数列で観測信号を近似することで，離散的な観測から連続的な音場を推定することが可能である [5]．連続的な関数として対象の音場を表現できれば，これまでの音響信号処理において生じていた観測点配置に起因する問題などが解消され，更に高性能な処理が実現されると期待できる．

そこで本稿では，波動方程式の解に関して概説し，そのサンプリングに関する問題を提起する．また，チャンネル数が増えるとデータ量も増えるが，時間と空間の依存性を考えれば情報として冗長なので，観測データの適切な表現に関する問題も取り上げる．

2. 音場の時空間周波数領域表現

我々が耳にする可聴音は，波動方程式

$$\left(\triangle - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)u(\mathbf{x},t) = 0 \tag{2.1}$$

によってモデル化される．ただし，$(\mathbf{x},t)\in\Omega\times\mathbb{R}$，$\Omega\subset\mathbb{R}^d$ は観測対象である有界で単連結な d 次元領域，$d\in\{2,3\}$ は Euclid 空間 $\mathbb{R}^d$ の次元，$\triangle$ は Laplace 作用素，c は音速（空気中では概ね 330〜350 m/s）を表す．すなわち，観測対象領域の外 $\mathbb{R}^d\backslash\overline{\Omega}$ に音を発する音源が存在し，観測領域 Ω に伝搬してきた音 $u(\mathbf{x},t)$ を，位置 $\{\mathbf{x}_i\}$ に設置されたマイクロホンなどのセンサで時刻 $\{t_j\}$ においてサンプリングされた観測データ $\{u(\mathbf{x}_i,t_j)\}$ が得られる状況を考える [*1]．波動方程式は，しばしば時間に関する Fourier 変換 $\mathscr{F}_t$ によって Helmholtz 方程式

$$\left(\triangle + \omega^2/c^2\right)\mathscr{F}_t\,u(\mathbf{x},\omega) = 0 \tag{2.2}$$

に変換され，音響に関する問題の多くは Helmholtz 方程式によってモデル化される．一方，空間に関しても d 次元 Fourier 変換 $\mathscr{F}_{\mathbf{x}}$ を考えると，

$$\left(k^2 - \omega^2/c^2\right)\mathscr{F}_{\mathbf{x},t}\,u(\mathbf{k},\omega) = 0 \tag{2.3}$$

なる関係式を得る．ただし，

$$k = \sqrt{k_1^2 + k_2^2 + k_3^2} \tag{2.4}$$

[*1] 光学的測定では u を光の経路上で線積分した値が得られる．ただし，光学系によっては u の方向微分や時間微分の線積分が観測されるものもあるので，測定手法に応じてその効果を加味する必要がある [4,5]．

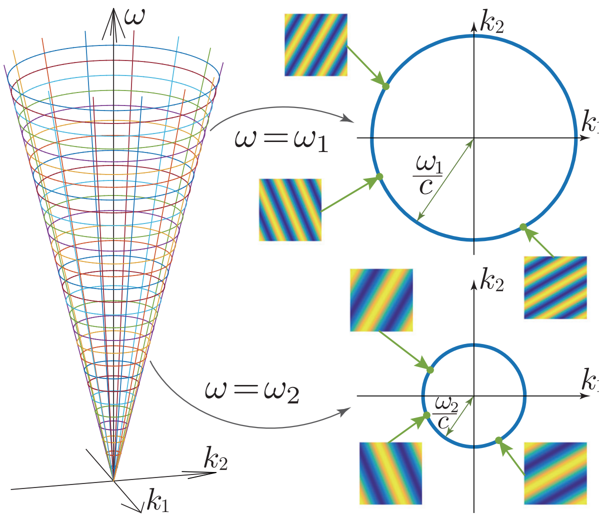


Fig. 2. 周波数領域において波動方程式の解が存在する錐（$d = 2$ の場合）．ある時間角周波数 ω_i について解は半径 $k = \omega_i/c$ の円周上に存在する．円周上の各点はそれぞれ平面波に対応し，従って波動方程式の解は平面波の重ね合わせで表すことができる．

は波数であり，$i = \sqrt{-1}$ として

$$\mathscr{F}_{\mathbf{x},t}\, u(\mathbf{k},\omega) = \mathscr{F}_{\mathbf{x}}\mathscr{F}_t\, u(\mathbf{k},\omega) = \int_{\mathbb{R}^d}\int_{\mathbb{R}} u(\mathbf{x},t)\, e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} e^{i\omega t}\, dt\, d\mathbf{x} \tag{2.5}$$

のように $d+1$ 次元 Fourier 変換を定義した．物理的には波数 k は波長の逆数に比例するので非負の実数であり，従って式 (2.3) より時間角周波数 ω との間に

$$k = \frac{|\omega|}{c} \tag{2.6}$$

という関係が成り立つ．すなわち，波動方程式 (2.1) の伝搬する解は Fig. 2 に示すような錐上に存在することを示している [*2]．これは，逆 Fourier 変換

$$\mathscr{F}^{-1}_{\mathbf{x},t}\, \hat{u}(\mathbf{x},t) = (2\pi)^{-(d+1)} \int_{\mathbb{R}^d}\int_{\mathbb{R}} \hat{u}(\mathbf{k},\omega)\, e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} e^{-i\omega t}\, d\omega\, d\mathbf{k} \tag{2.7}$$

を考えれば，平面波 $e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}-\omega t)}$ を錐上に集中している関数 $\hat{u}(\mathbf{k},\omega)$ で重み付けして重ね合わせることで，波動方程式の任意の伝搬する解を表せることを意味する．

[*2] 空間波数 k は時間角周波数 ω によって決まる非負の実数だが，$\mathbf{k}$ のいずれかの成分 k_i が虚数になる場合も式 (2.4) を満たせば波動方程式の解であり，エバネッセント波と呼ばれている．そのような波は音速の異なる媒質の境界（例えば固体と空気の接する面）で発生するが，その境界から離れるにつれ指数的に減衰するので evanescent と名付けられており，従って「伝搬しない波」である．エバネッセントな波は Fig. 2 の錐の外に成分をもつので，波動方程式の全ての解がその錐上のみに限られるわけではないが，物体のごく近傍などを除いて音を測定する一般的な状況ではエバネッセント成分は無視できるほど小さいことがほとんどなので，ここでは伝搬する波，すなわち $\mathbf{k}$ の全ての要素 k_i が実数の場合のみを考える．

3. 音場のサンプリングに関する問題

ここでは，音が空間的に密に観測できる場合に考えるべきことについて簡単に述べる．ただし，線形波動方程式でモデル化できる可聴音を対象とするので，最大可聴角周波数を $\alpha > 0$，時間角周波数 ω に関する台を supp_ω として，波動方程式を満たす帯域制限関数を

$$(3.1)\quad \mathcal{B}_\alpha = \left\{ u \in C^2(\Omega\times\mathbb{R}) \;\middle|\; \left(\triangle - \tfrac{1}{c^2}\tfrac{\partial^2}{\partial t^2}\right)u(\mathbf{x},t) = 0,\ \mathrm{supp}_\omega \mathscr{F}_t u(\mathbf{x},\cdot\,) \subset [-\alpha,\alpha] \right\}$$

とする．すなわち，式 (2.1) を満たし，$|\omega| > \alpha$ のとき $\mathscr{F}_t u(\mathbf{x},\omega) = 0$ となる u を考える．

3.1 サンプリング位置および時刻に関する問題

実際の観測は，位置および時間で離散化された標本 $\{u(\mathbf{x}_i, t_j)\}$ として得られる．時間に関してサンプル密度を高めるのは，近年のハードウェアの処理速度を考えれば容易であると言える．一方，冒頭で述べたように発達してきてはいるものの，位置に関して密にサンプリングしようとすれば多大な困難が伴う．そこで，なるべく少数のセンサで音の情報を取得したいというモチベーションが存在する．従って，サンプリングに関する以下の問題が考えられる．

問題 (時間に関して帯域制限された波動方程式の解のサンプリング)

1. 任意の $u \in \mathcal{B}_\alpha$ を $\{u(\mathbf{x}_i, t_j)\}$ によって特徴づけることができるサンプリング点 $\{(\mathbf{x}_i, t_j)\} \subset \Omega \times \mathbb{R}$ に求められる条件は何か．
2. そのような条件を満たす $\{(\mathbf{x}_i, t_j)\}$ はどのように構成できるか．
3. $\{u(\mathbf{x}_i, t_j)\}$ から u をどのように再構成することができるか．

$\mathcal{B}_\alpha$ は時空間周波数領域において Fig. 2 のように特殊な構造をもっているので，通常のフレーム理論における問題設定とは大きく異なる．$\{t_j\}$ のサンプル密度は十分高められるので，サンプル位置 $\{\mathbf{x}_i\}$ に関する条件が工学的には重要である．観測対象領域 Ω が球や矩形，円柱などの特別な形状をしてる場合については，同様な問題を考えた先行研究がいくつか存在するが [6–9]，多くは座標系に依存した表現になっている *3．また，サンプル位置をランダムに選ぶ研究も行われている [10,11]．

*3 先行研究の中には [7] のように注釈*2 で述べたエバネッセント成分も含めて再構成することを考えているものもある．その場合，$\mathbf{k} \in \mathbb{C}^d$ を式 (2.4) の制約の元で考えていることになるが，多くの文献ではエバネッセント波は無視できるとして，本稿のように $\mathbf{k} \in \mathbb{R}^d$ としている．近接場音響ホログラフィ [12] など一部の応用分野ではエバネッセント波を考慮する必要があるが，通常の応用では無視して問題ない．

3.2 冗長な測定データの記録に関する問題

適当なサンプリング点による観測 $\{u(\mathbf{x}_i, t_j)\}$ は，ほとんどの場合に冗長な表現となっている．Fig. 2 のように ω が小さいときは k も小さいので，ω ごとに必要な $\{\mathbf{x}_i\}$ のサンプル密度が異なるが，全帯域を $\{(\mathbf{x}_i, t_j)\}$ でサンプリングするので，Fig. 2 の錐以外の成分も記録していることになる．サンプリング位置の増加に伴いデータ量も増加するので，目的に応じて冗長度をコントロールできることが望ましい（例えば Fig. 1 のマイクロホンアレイの信号を全て記録するには毎分 10 GB 以上の記憶容量が必要である）．錐上のみを張るフレーム $\{\psi_i\}$ が構成できればよいが，現実に u との内積 $\{(u, \psi_i)\}$ を直接計測することは一般に困難であり，観測として $\{u(\mathbf{x}_i, t_j)\}$ しか得られないと仮定するのが妥当である．従って，観測データの表現に関する以下の問題が考えられる．

問題 (サンプリングして得られたデータの表現)

1. 任意の $u \in \mathcal{B}_\alpha$ に対する観測データ $\{u(\mathbf{x}_i, t_j)\}$ を記録するのに都合の良いフレームは何か．
2. そのようなフレームおよび双対フレームはどのように構成できるか．
3. 実際の測定系への実装を踏まえた上で，展開係数を得る効率のよいアルゴリズムは何か．

ここで「都合の良い」とは，$\mathcal{B}_\alpha$ の構造を上手く利用することで，フレーム自体が工学的に好ましい性質を備えていることを指している．例えば，決められた $\{(\mathbf{x}_i, t_j)\}$ に対して適当なフレームが構成できれば，その展開係数を記録することで，音に関する情報は保持したままデータの記録容量を削減することができる．また，電磁ノイズやマイクロホンの個体差など音とは関係のない現象に起因するノイズは錐以外の領域に成分を持ち得るが，フレーム展開することでデータを錐上に射影すれば，そのようなノイズを除去することができる．さらに，記録したデータに対して信号処理をする上で有用な情報（音波の到来方向など）を利用しやすい形で保存できれば，測定後の処理を単純化することができる可能性もある．

先行研究として，鎖状に連なった一次元的マイクロホンアレイに対して $\mathcal{B}_\alpha$ の構造を考慮した多次元フィルタバンクが Pinto によって提案されている [13–15]．各サブバンドが音の到来方向と対応しており，展開係数の物理的な意味が直感的に把握できるだけでなく，空間フィルタリングや空間情報の非可逆圧縮など，応用が行いやすい表現になっている．任意のマイクロホン配置 $\{\mathbf{x}_i\}$ に対して同様の表現ができれば，工学的に非常に有用であると考えられる．

4. 音場の Trefftz 基底による表現とその応用

ここまで，波動方程式による音響信号のモデル化と，そのサンプリングに関して解決が望まれる問題について述べた．ここでは，Fig. 2 の錐上に稠密な関数系として Trefftz 基底があることを述べ，音場の復元問題に対する応用について触れる．

4.1 Trefftz 基底

数値解析分野において，球面波（一般化調和多項式）[16, 17]

$$\phi_{\ell,m}(\mathbf{x},\omega) = \begin{cases} J_\ell(\frac{\omega}{c}r)\, e^{i\ell\theta} & (d=2) \\ j_\ell(\frac{\omega}{c}r)\, Y_\ell^m(\theta,\varphi) & (d=3) \end{cases} \tag{4.1}$$

や，平面波 [18, 19]

$$\phi_n(\mathbf{x},\omega) = e^{i\frac{\omega}{c}\mathbf{x}\cdot\mathbf{v}_n} \tag{4.2}$$

は，それ自身が Helmholtz 方程式を満たす関数

$$\left(\triangle + \omega^2/c^2\right)\phi_n(\mathbf{x},\omega) = 0 \tag{4.3}$$

であり，$\{\phi_n\}$ を Helmholtz 方程式の解空間に稠密になるように構成できることが知られている．そのように，支配方程式を満たす関数列を用いて近似解を構成する数値解析手法は Trefftz 法と呼ばれており，$\{\phi_n\}$ は Trefftz 基底と呼ばれる [20–23]．ただし，J_ℓ は ℓ 次第一種 Bessel 関数，j_ℓ は ℓ 次球 Bessel 関数，Y_ℓ^m は球面調和関数，$\ell \in \mathbb{Z}_+$，$m \in \mathbb{Z}$，$-\ell \le m \le \ell$，$\mathbf{v}_n \in \mathbb{S}^{d-1}$ は平面波の進行方向を表す単位ベクトル，$\mathbb{S}^{d-1} = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^d \mid \|\mathbf{x}\|_2 = 1\}$ を表す．また，表記の簡略化のために一部極座標 $\mathbf{x} = (r,\theta)$ $(d=2)$，$\mathbf{x} = (r,\theta,\varphi)$ $(d=3)$ を用いた．同様に，$\mathbf{y}_n \in \mathbb{R}^d \backslash \overline{\Omega}$ に特異点をもつ Helmholtz 方程式の基本解

$$\phi_n(\mathbf{x},\omega) = \begin{cases} \dfrac{i}{4} H_0^{(1)}(\frac{\omega}{c}\|\mathbf{x}-\mathbf{y}_n\|_2) & (d=2) \\ \dfrac{1}{4\pi}\dfrac{e^{i\frac{\omega}{c}\|\mathbf{x}-\mathbf{y}_n\|_2}}{\|\mathbf{x}-\mathbf{y}_n\|_2} & (d=3) \end{cases} \tag{4.4}$$

も，Ω を取り囲むように $\mathbf{y}_n$ を配置すれば解空間に稠密にすることができ，そのように配置した基本解を用いる数値解法は MFS (Method of Fundamental Solutions) と呼ばれている [24–29]．これらの Trefftz 基底を用いれば，それらの線形結合も Fig. 2 の錐上に存在し，$\mathcal{B}_\alpha$ の部分空間を張ることができる．

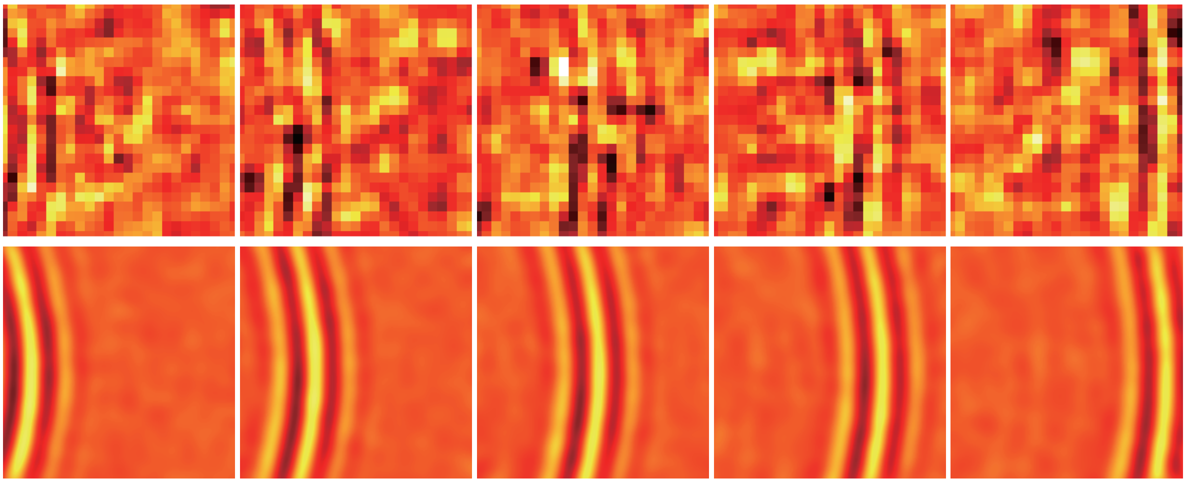


Fig. 3. 光学的音響測定データに対するノイズ除去の例．上段はレーザドプラ振動計を用いて音場を計測した生データであり，電磁波や熱流体など音とは関係のないノイズが大量に混入していて波面を視認することは困難である．一方，下段は Trefftz 基底を用いた音場の復元結果であり，ノイズが除去され波面を容易に認識することができる．

4.2 音場の復元問題への応用

筆者はこれまでに，ノイズの混入した観測データから音場を復元する手法を提案している [30–32]．$\mathcal{B}_\alpha$ の中で最も観測データに近い関数を探す問題として定式化し，$\mathcal{B}_\alpha$ の部分空間を Trefftz 基底を用いて構成することで，その線形結合係数を推定する凸最適化問題に帰着させている．また，音源の空間的スパース性を先験情報として，スパース最適化問題として定式化する試みも行っている [32]．

Fig. 3 に光学的音響測定データの処理結果の一例を示す [32]．光を用いた測定では，音による非常に微弱な屈折率変動を計測することになるので，電磁波や熱流体など音とは関係のないノイズが混入する．Fig. 3 の上段が測定したデータそのものを可視化したものだが，大量に含まれるノイズの影響で，波面を視認するのは困難である．また，場合によってはノイズそのものを音だと見誤ることもある．一方，下段の処理結果を見れば，ノイズが除去され，左側に設置されたスピーカから放射されたパルス波が明確に現れている．これは，Trefftz 基底を用いて Fig. 2 の錐上へ射影したことで，ノイズのうち時空間周波数領域で錐以外の領域に混入した成分を除去できたことを示している．実際は劣決定な最適化問題になるので，無数にある解のうち悪い解に収束してしまう場合も十分にあり得るが，音源の空間的スパース性を先験情報として利用したことで妥当な解が得られていると考えられる．

ここでは詳細に触れなかったが，光学的音響測定に関しては解説 [4] を，推定手法まで含めた概要は解説 [5] を参照して頂きたい．

5. むすび

本稿では，近年のマイクロホンなどの発達により，音を測定する際に時間だけでなく位置に関してもサンプル密度を高くすることができるようになってきた背景に触れ，音響信号を波動方程式の解として捉える枠組みについて扱った．まず，時間および空間の両方に関して Fourier 変換を施した時空間周波数領域において，波動方程式の解は Fig. 2 に示すような錐上の成分が集中することを示した．さらに，そのような特別な構造を持った帯域制限関数の集合 $\mathcal{B}_\alpha$ を定義し，そこに含まれる関数のサンプリング問題を提起した．そして，錐上の関数を表す一つの手段として Trefftz 基底について述べ，それを用いて音場を復元する手法について結果のみ簡単に紹介した．本発表を通じて，音場のサンプリングに関する二つの問題に興味を持って頂ければ幸いである．

参考文献

[1] A. Omoto and I. Ikeda, “Construction of 80-channel mobile sound recording system,” *AES Japan Section Conference in Sendai*, 2012.

[2] S. Sakamoto, J. Kodama, S. Hongo, T. Okamoto, Y. Iwaya, and Y. Suzuki, “A 3D sound-space recording system using spherical microphone array with 252ch microphones,” *20th International Congress on Acoustics (ICA)*, 2010.

[3] 武岡成人, 小榑亮太, 山崎芳男, “高速 1bit 信号処理を用いた超多チャンネルマイクロホンアレイ,” 日本音響学会秋季研究発表会講演論文集, pp.765–766, 2010.

[4] 矢田部浩平, 石川憲治, 池田雄介, 及川靖広, “光を使って音を録る 〜光学的音響測定とその信号処理〜,” 情報処理学会研究報告, vol.2015-MUS-107, no.11, pp.1–6, 2015.

[5] 矢田部浩平, 及川靖広, “スパース表現に基づく音場の復元と光学的音響測定データへの応用,” 日本音響学会誌, vol.71, no.11, 2015.

[6] J. Coleman, “Ping-pong sample times on a linear array halve the Nyquist rate,” *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)*, vol.IV, pp.925–928, 2004.

[7] T. Ajdler and M. Vetterli, “The plenacoustic function and its sampling,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol.54, no.10, pp.3790–3804, 2006.

[8] B. Rafaely, B. Weiss, and E. Bachmat, “Spatial aliasing in spherical microphone arrays,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol.55, no.3, pp.1003–1010, 2007.

[9] G. Chardon, W. Kreuzer, and M. Noisternig, "Design of spatial microphone arrays for sound field interpolation," *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, vol.9, no.5, pp.780–790, 2015.

[10] G. Chardon, A. Cohen, and L. Daudet, "Sampling and reconstruction of solutions to the Helmholtz equation," *Sampling Theory in Signal and Image Processing*, vol.0, no.1, pp.67–90, 2014.

[11] R. Mignot, G. Chardon, and L. Daudet, "Low frequency interpolation of room impulse responses using compressed sensing," *IEEE Transactions on Audio, Speech and Language Processing*, vol.22, no.1, pp.205–216, 2014.

[12] E.G. Williams, Fourier Acoustics, Academic Press, 1999.

[13] F. Pinto and M. Vetterli, "Coding of spatio-temporal audio spectra using tree-structured directional filterbanks," *IEEE Workshop on Applications of Signal Processing to Audio and Acoustics (WASPAA)*, pp.277–280, 2009.

[14] F. Pinto and M. Vetterli, "Space-time-frequency processing of acoustic wave fields: theory, algorithms, and applications," *IEEE Transactions on Signal Processing* vol.58, no.9, pp.4608–4620, 2010.

[15] F. Pinto, Signal processing in space and time: a multidimensional Fourier approach, Ph.D. Thesis, 2010.

[16] I. Herrera and F.J. Sabina, "Connectivity as an alternative to boundary integral equations: Construction of bases," *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, vol.75, no.5, pp.2059–2063, 1978.

[17] A. Moiola, R. Hiptmair, and I. Perugia, "Vekua theory for the Helmholtz operator," *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik*, vol.62, no.5, pp.779–807, 2011.

[18] F.J. Sánchez-Sesma, I. Herrera, and J. Avilés, "A boundary method for elastic wave diffraction: Application to scattering of SH waves by surface irregularities," *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol.72, no.2, pp.473–490, 1982.

[19] A. Moiola, R. Hiptmair, and I. Perugia, "Plane wave approximation of homogeneous Helmholtz solutions," *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik*, vol.62, no.5, pp.809–837, 2011.

[20] E. Trefftz, "Ein gegenstück zum Ritzschen verfahren," *2nd International Congress of Applied Mechanics*, pp.131–137, 1926.

[21] A.P. Zieliński, "On trial functions applied in the generalized Trefftz method," *Advances in Engineering Software*, vol.24, no.1–3, pp.147–155, 1995.

[22] E. Kita and N. Kamiya, "Trefftz method: An overview," *Advances in Engineering Software*, vol.24, no.1–3, pp.3–12, 1995.

[23] B. Pluymers, B. van Hal, D. Vandepitte, and W. Desmet, "Trefftz-based methods for time-harmonic acoustics," *Archives of Computational Methods in Engineering*, vol.14, no.4, pp.343–381, 2007.

[24] V.D. Kupradze and M.A. Aleksidze, "The method of functional equations for the approximate solution of certain boundary value problems," *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*, vol.4, no.4, pp.82–126, 1964.

[25] R. Mathon and R.L. Johnston, "The approximate solution of elliptic boundary-value problems by fundamental solutions," *SIAM Journal on Numerical Analysis*, vol.14, no.4, pp.638–650, 1977.

[26] G. Fairweather and A. Karageorghis, "The method of fundamental solutions for elliptic boundary value problems," *Advances in Computational Mathematics*, vol.9, no.1, pp.69–95, 1998.

[27] P.S. Kondapalli, D.J. Shippy, and G. Fairweather, "Analysis of acoustic scattering in fluids and solids by the method of fundamental solutions," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol.91, no.4, pp.1844–1854, 1992.

[28] J. António, A. Tadeu, and L. Godinho, "A three-dimensional acoustics model using the method of fundamental solutions," *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol.32, no.6, pp.525–531, 2008.

[29] A. Karageorghis, D. Lesnic, and L. Marin, "A survey of applications of the MFS to inverse problems," *Inverse Problem in Science and Engineering*, vol.19, no.3, pp.309–336, 2011.

[30] K. Yatabe and Y. Oikawa, "PDE-based interpolation method for optically visualized sound field," *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)*, pp.4771–4775, 2014.

[31] K. Yatabe and Y. Oikawa, "Optically visualized sound field reconstruction using Kirchhoff–Helmholtz equation," *Acoustical Science and Technology*, vol.36, no.4, pp.351–354, 2015.

[32] K. Yatabe and Y. Oikawa, "Optically visualized sound field reconstruction based on sparse selection of point sound sources," *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)*, pp.504–508, 2015.

矢田部 浩平（早稲田大学 基幹理工学研究科 表現工学専攻）
〒169-8555 東京都 新宿区 大久保 3-4-1-59-407-2
E-mail: k.yatabe@asagi.waseda.jp

ブーリアン圧縮センシングの観測の性質

三村 和史 * 和田山 正 †
* 広島市立大学 † 名古屋工業大学

概要． ブーリアン圧縮センシングに現れる観測間の距離を評価することによって再構成の限界を評価する．

Property of Measurements in Boolean Compresed Sensing

Kazushi Mimura* Tadashi Wadayama†
*Hiroshima City University †Nagoya Institute of Technology

Abstract. We evaluate distance distribution of measurements in the Boolean compressed sensing, which are characterized by a sparse generator matrix and a nonlinear function.

1. はじめに

ブーリアン圧縮センシングに現れる観測間の距離を調べることによって，観測から元の信号が正しく再構成できるかどうかを評価する方法を考える．重複を許した得られる可能性のある観測すべての集合を符号と見做す．

線形符号では，任意の符号語を中心とした距離分布がその符号の重み分布と一致する性質を持つ．そのため，符号の重み分布は線形符号の性質を評価するために重要な役割を有する [1]．一方，線形性を持たない語の集合からなる非線形符号においては，一般には，距離分布がその符号の重み分布と一致せず，その性能解析においては，距離分布 [2, 3] を評価する必要がある．

ブーリアン圧縮センシングでは，複数の $\{0,1\}$ 上に値をとる確率変数の組 $(X_1,\dots,X_M)$ の実現値の組 $(x_1,\dots,x_M)$ が推定の対象の信号となる．その結果は，$(y_1,\dots,y_N) = F(x_1,\dots,x_M)$ として観測される．ここで，観測関数 F は検査を表すベクトル値関数である．観測ベクトル $(y_1,\dots,y_N)$ から隠れた状態である $(x_1,\dots,x_M)$ を可能な限り正確に推定したい，という問題がブーリアン圧縮センシングに関する代表的な問題である．ここで．この文脈で現れる符号は，

$$\{F(x_1,\dots,x_M) : (x_1,\dots,x_M) \in T\} \tag{1.1}$$

と定義される．集合 T は実現値の取り得る集合を意味する．この非線形符号の距離分布は，この系における推定アルゴリズムの推定誤り率と密接に関連している．例えば，T に含まれるベクトルが等確率に生起し，

$$F(x_1, \ldots, x_M) = F(x'_1, \ldots, x'_M)$$

となる相異なる 2 つの組が存在する場合には，組 $(x_1, \ldots, x_M)$ に関する推定誤り率は 1/2 を下回ることはない．

同様の推定問題の構造は，さまざまな分野で現れる．このような推定問題に関する誤り率の漸近的挙動を定性的・定量的に捉えるためには，上述のように定義される非線形符号の距離分布の指数部係数の漸近挙動を詳細に調べることが必要となる．このような観点から，非線形符号の距離分布の解析は工学的に意義のある問題であると考えられる．本稿では，観測関数として疎行列に基づく関数を仮定して，観測関数により定まる非線形符号の距離分布の行列アンサンブル平均の漸近挙動を解析する．

以下の理論展開は可能な限り一般的な文脈で行うが，実際の数値評価においては，ベルヌーイ情報源に対するブーリアン圧縮センシング問題の場合を扱う．本稿で示される解析手法が疎観測系における推定性能の理論的限界を明らかにするために有効であることがいくつかの解析結果より強く示唆される．

2. 準備

2.1 非線形符号

任意の集合 $\mathcal{A} \subset \mathbb{R}$ に対して，生成行列 $G \in \{0,1\}^{M\times N}$ と関数 $f : \mathbb{Z} \to \mathcal{A}$ で定義される次の符号について考える．$\boldsymbol{f} : \mathbb{Z}^N \ni \boldsymbol{z} = (z_1, \cdots, z_N) \mapsto (f(z_1), \cdots, f(z_N)) \in \mathcal{A}^N$ とおいて，

$$C(f, G, p) := \{\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}G) : \boldsymbol{x} \in T_p^M\} \subset \mathcal{A}^N \tag{2.1}$$

とする．ただし，

$$T_p^M := \{\boldsymbol{x} \in \{0,1\}^M : \textstyle\sum_{i=1}^M x_i = \lfloor pM \rfloor\} \tag{2.2}$$

である．また，N は符号語長，$M(> N)$ は情報源系列長，$0 < p < 1$ は情報源系列に含まれる 1 の割合を表す．圧縮率は，$R = M/N \geq 1$ とする．

2.2 アンサンブル

全ての要素が $\{0,1\}$ 上に値をとり，行重みが $C_1, \cdots, C_M$，列重みが $L_1, \cdots, L_N$ である $M \times N$ 行列の集合を $\mathcal{G}_{M,N}(\{C_i\}, \{L_j\}) := \{G \in \{0,1\}^{M\times N} : w_C(i, G) = C_i\ \forall i, w_L(i, G) = L_j$

$\forall j\}$ とする．いま，$C_1, \cdots, C_M, L_1, \cdots, L_N$ が同時分布 $P(\{C_i\}, \{L_j\}) = \alpha^{-1}\{\prod_{i=1}^{M} P_C(C_i)\}$ $\{\prod_{j=1}^{N} P_L(L_j)\}\ \delta(\sum_{i=1}^{M} C_i; \sum_{j=1}^{N} L_i)$ に従うとして，集合関数 $f(G)$ のアンサンブル平均を，

$$
\begin{aligned}
\text{(2.3)}\qquad \mathbb{E}_G[f(G)] &:= \sum_{G\in\mathcal{G}_{M,N}} P_{M,N}(G) f(G) \\
&= \sum_{\{C_i\}} \sum_{\{L_j\}} P(\{C_i\}, \{L_j\}) \sum_{G\in\mathcal{G}_{M,N}(\{C_i\},\{L_j\})} |\mathcal{G}_{M,N}(\{C_i\}, \{L_j\})|^{-1}\, f(G)
\end{aligned}
$$

と定義する．

2.3 距離分布

系列 $z = (z_j), z' = (z'_j) \in C \subset \{0,1\}^N$ の距離を Hamming 距離 $d(z, z') = \sum_{j=1}^{N} \delta(z_j; z'_j)$ とし，相対距離を $d(z, z')/N$ とする．ここでは次のように距離分布を定義する．

$$
\text{(2.4)}\qquad D(w; f, G, p) := \frac{1}{|T_p^M|} \sum_{\boldsymbol{x}_1\in T_p^M} \sum_{\boldsymbol{x}_2\in T_p^M\setminus\{\boldsymbol{x}_1\}} \delta\Big(d(f(\boldsymbol{x}_1 G), f(\boldsymbol{x}_2 G)); \lfloor wN \rfloor\Big)
$$

距離分布についても，与えられた生成行列 G についての距離分布の代わりに，次の距離分布の指数を考える．

$$
\text{(2.5)}\qquad g_D(w; f, p) := \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \ln \mathbb{E}_G[D(w; f, G, p)]
$$

距離分布の期待値を評価しているので，符号のアンサンブルのなかに最小距離が極端に小さいような少数の符号が存在する可能性があるため，この解析の枠組みでは線形符号と同じ意味での最小距離を評価することはできないことに注意が必要である．いま，距離分布指数が非負となる最小の相対距離を擬最小距離と呼び，

$$
\text{(2.6)}\qquad d'_{min}(f, p) := \min\{w \in [0,1] : g_D(w; f, p) \geq 0\}
$$

と定義する．また，擬最小距離の最大値，検出限界をそれぞれ

$$
\text{(2.7)}\qquad \bar{d}'_{min}(f) := \max\{d_{min}(f, p) : p \in [0,1]\},
$$

$$
\text{(2.8)}\qquad p_{max}(f) := \max\{p \in [0,1] : d'_{min}(f, p) > 0\}
$$

と定義する．ここでは，この距離分布指数を解析的に求めて，擬最小距離，擬最小距離の最大値，検出限界を評価する．

2.4 ブーリアン圧縮センシング

ブーリアン圧縮センシングは，符号語 $\boldsymbol{z} \in \{0,1\}^N$ から，情報源系列 $\boldsymbol{x} \in \{0,1\}^M$ を求める問題である．ただし，$M > N$ となっている．グループテストでは，符号語は

$$\boldsymbol{z} = \boldsymbol{x} \vee G \tag{2.9}$$

で定まる．要素で書くと，$z_j = (x_1 g_{1,j}) \vee \cdots \vee (x_N g_{N,j})$ となる．ただし，$\vee$ は論理和の演算子を表す．これは，

$$f(n) = \begin{cases} 0, & n = 0 \\ 1, & n \neq 0 \end{cases} \tag{2.10}$$

とすれば，

$$\boldsymbol{z} = f(\boldsymbol{x}G) \tag{2.11}$$

と等価である．

3. 評価

相対距離が $w > 1$ での距離分布は，次のように書き直すことができる．

$$D(w; f, G, p) = \frac{1}{|T_p^M|} \sum_{\boldsymbol{x}_1 \in \{0,1\}^M} \sum_{\boldsymbol{x}_2 \in \{0,1\}^M \setminus \{\boldsymbol{x}_1\}} \delta\Big(d(f(\boldsymbol{x}_1 G), f(\boldsymbol{x}_2 G)), \lfloor wN \rfloor\Big) \times \delta\Big(\sum_{i=1}^{M} x_{1i}; \lfloor pM \rfloor\Big)\ \delta\Big(\sum_{i=1}^{M} x_{2i}; \lfloor pM \rfloor\Big) \tag{3.1}$$

ただし，$w = 0$ に対しては，指示関数 $\delta(d(f(\boldsymbol{x}_1 G), f(\boldsymbol{x}_2 G)); \lfloor wN \rfloor)$ を，$\mathbb{I}(f(\boldsymbol{x}_1 G) = f(\boldsymbol{x}_2 G)]) = \prod_{j=1}^{N} \delta([f(\boldsymbol{x}_1 G)]_j; [f(\boldsymbol{x}_2 G)]_j)$ と置き換えるものとする．ここで，$[\boldsymbol{x}]_j$ は，ベクトル $\boldsymbol{x}$ の第 j 成分を表す．以降の解析では，$w > 0$ の場合を示す．$w = 0$ の場合も，全く同様に示すことができる．行列の第 j 列ベクトルを $\boldsymbol{g}_j$ とおいて，$G = (\boldsymbol{g}_1, \cdots, \boldsymbol{g}_N)$ と書く．Kronecker の δ の積分表示 $\delta(m; n) = \int_0^{2\pi \mathrm{i}} \frac{\mathrm{d}\lambda}{2\pi \mathrm{i}}\ e^{\lambda(m-n)}$ Dirac の δ 関数の Fourier 積分表示

$\delta(x) = \int_{-\infty \mathrm{i}}^{\infty \mathrm{i}} \frac{\mathrm{d}\hat{x}}{2\pi\mathrm{i}} e^{\hat{x}x}$ を用い，$v_{ij} := \boldsymbol{x}_1 \cdot \boldsymbol{g}_j, v_{2j} := \boldsymbol{x}_2 \cdot \boldsymbol{g}_j \quad \forall j$ とおくと，

(3.2)

$$
\begin{aligned}
&D(w; f, G, p) \\
&= \frac{1}{|T_p^M|} \sum_{\boldsymbol{x}_1} \sum_{\boldsymbol{x}_2} \int \frac{\mathrm{d}\lambda}{2\pi\mathrm{i}} \mathrm{e}^{-\lambda w N} \int \frac{\mathrm{d}\mu_1}{2\pi\mathrm{i}} \mathrm{e}^{-\mu_1 pRN} \int \frac{\mathrm{d}\mu_2}{2\pi\mathrm{i}} \mathrm{e}^{-\mu_2 pRN} \\
&\quad \times \exp\Big[\mu_1 \sum_{i=1}^{M} x_{1i} + \mu_2 \sum_{i=1}^{M} x_{2i} + \lambda \sum_{j=1}^{N} d(f(\boldsymbol{x}_1 \cdot \boldsymbol{g}_j), f(\boldsymbol{x}_2 \cdot \boldsymbol{g}_j))\Big] \\
&= \frac{1}{|T_p^M|} \sum_{\boldsymbol{x}_1} \sum_{\boldsymbol{x}_2} \\
&\quad \Big(\prod_{j=1}^{N} \int \mathrm{d}v_{1j} \int \frac{\mathrm{d}\hat{v}_{1j}}{2\pi\mathrm{i}} \exp\Big[\hat{v}_{1j}\Big(\sum_{i=1}^{M} x_{1x} g_{ij} - v_{1j}\Big)\Big]\Big)\Big(\prod_{j=1}^{N} \int \mathrm{d}v_{2j} \int \frac{\mathrm{d}\hat{v}_{2j}}{2\pi\mathrm{i}} \exp\Big[\hat{v}_{2j}\Big(\sum_{i=1}^{M} x_{2x} g_{ij} - v_{2j}\Big)\Big]\Big) \\
&\quad \int \frac{\mathrm{d}\lambda}{2\pi\mathrm{i}} \mathrm{e}^{-\lambda w N} \int \frac{\mathrm{d}\mu_1}{2\pi\mathrm{i}} \mathrm{e}^{-\mu_1 pRN} \int \frac{\mathrm{d}\mu_2}{2\pi\mathrm{i}} \mathrm{e}^{-\mu_2 pRN} \exp\Big[\mu_1 \sum_{i=1}^{M} x_{1i} + \mu_2 \sum_{i=1}^{M} x_{2i} + \lambda \sum_{j=1}^{N} d(f(v_{1j}), f(v_{2j}))\Big]
\end{aligned}
$$

となる．積分範囲は表記を省略した．距離分布 $D(w; f, G, p)$ のアンサンブル平均（行列 G による平均）を評価する．行列 G を含む項の期待値は，

(3.3)

$$
\begin{aligned}
&\mathbb{E}_G\Big\{\prod_{j=1}^{N} \exp\Big[\hat{v}_{1j} \sum_{i=1}^{M} x_{1x} g_{ij} + \hat{v}_{2j} \sum_{i=1}^{M} x_{2x} g_{ij}\Big]\Big\} \\
&= \mathbb{E}_C \mathbb{E}_L \frac{1}{\mathcal{N}(1)} \Big(\prod_{i=1}^{M} \oint \frac{\mathrm{d}Z_i}{2\pi\mathrm{i} Z_i^{C_i+1}}\Big) \prod_{j=1}^{N} \Big(\sum_{x_1 \in \{0,1\}} \sum_{x_2 \in \{0,1\}} \mathrm{e}^{\hat{v}_{1j} x_1 + \hat{v}_{2j} x_2} \Big\{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} Z_i \delta(x_1; x_{1i}) \delta(x_2; x_{2i})\Big\}\Big)^{L_j}
\end{aligned}
$$

となる．ただし，Z_i の積分は，複素平面の原点を中心とする単位円を反時計周りに一周するように行う．次に，$r(x_1, x_2) := \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} Z_i \delta(x_1; x_{1i}) \delta(x_2; x_{2i})$ とおく．これを Dirac の δ 関数で先の期待値の中に取り込んで，その δ 関数を Fourier 積分表示する．いま．$r(x_1, x_2) := q b(x_1) b(x_2)$，$\hat{r}(x_1, x_2) := \hat{q} \hat{b}(x_1) \hat{b}(x_2)$ とおく．$\hat{r}(x_1, x_2)$ は δ 関数を Fourier 積分表示したときの補助変数である．さらに，$b(x) := 1 - m + (2m-1)x$，$\hat{b}(x) := 1 - \hat{m} + (2\hat{m} - 1)x$ として，関数 $b(x)$ は，$\{0, 1\}$ 上に値をとる分布を平均値 m で表現して，大きさは q で指定できるようにしたものに対応する．関数 $\hat{b}(x)$ も同様である．

この期待値を用いて鞍点法によって残った積分を評価すると，距離分布が評価できる．また，μ_1, μ_2 の鞍点は非積分関数が対称であることから，$\mu_1 = \mu_2 = \mu$ とおく．これによって，任意の非線形関数 f と，その関数 f によって定義される符号の任意の歪み測度 d に

ついて，距離分布指数が，

(3.4)

$$g_D(w;f) = \operatorname*{extr}_{\lambda,\mu,m,\hat{m}} \Big\{ -Rh(p) - \lambda w - 2\mu pR - 2\bar{L}\ln(1-m-\hat{m}+2m\hat{m}) + R\ln\sum_C P_C(C)\Big(e^{\mu}\hat{m}^C + (1-\hat{m})^C\Big)^2 + \ln\sum_L P_L(L)\sum_{\ell_1=0}^{L}\sum_{\ell_2=0}^{L}\binom{L}{\ell_1} m^{\ell_1}(1-m)^{L-\ell_1}\binom{L}{\ell_2} m^{\ell_2}(1-m)^{L-\ell_2} e^{\lambda d(f(\ell_1),f(\ell_2))} \Big\}$$

と評価できる．ただし，$h(p) := -p\ln p - (1-p)\ln(1-p)$ の自然対数による 2 値エントロピー関数である．

同様にして，$w=0$ の場合は距離分布指数も評価できる．これには，$D(w;f,G,p)$ として，同じ符号語の組合せを区別せずに $|T_p^M|^{-1}\sum_{\boldsymbol{x}_1\in T_p^M}\sum_{\boldsymbol{x}_2\in T_p^M}\delta(\, d(f(\boldsymbol{x}_1G), f(\boldsymbol{x}_2G)); \lfloor wN\rfloor)$ を考えて鞍点評価する．ただし，同じ符号語の組合せから得られる自明な解を除くものとする．同じ符号語の組みは符号語数だけ存在するので，それに対応する鞍点解は，距離分布指数が 0 となる．それ以外の準安定解を探すことによって，(2.4) と (2.5) で定義される量が評価できる．ただし，情報源系列に含まれる 1 の割合 p が大きくなると，同じ符号語の組みに対応する解は支配的ではなくなる．結果は，最後の項の $e^{\lambda d(f(\ell_1),f(\ell_2))}$ を Kronecker の δ を用いた $\delta(f(\ell_1); f(\ell_2))$ に置き換えて，さらに，(3.4) で $\lambda=0$ とおいて，$\mathrm{extr}_{\lambda,\mu,m,\hat{m}}$ を $\mathrm{extr}^*_{\mu,m,\hat{m}}$ に置き換えたものとなる．この extr^* は，同じ符号語の組合せから得られる自明な解を除いて極値をとる演算子である．

4. 結果

数値的に (3.4) を解くと，解析中においた幾つかの仮定のもとに距離分布指数が評価できる．いま，符号のアルファベットを $\mathcal{A}=\{0,1\}$ とし，関数 f としてブーリアン圧縮センシングを表す (2.10) を適用した場合の結果を以下に示す．

4.1 距離分布

図 1 に，$P_L(L)=\delta(L;6)$, $P_C(C)=\delta(C;3)$, $p=0.05$ のときの距離分布指数と，パラメータ m を 10 倍した値を示す．また，非線形関数は (2.10) とする．この，p は情報源系列の要素が 1 である確率である．擬最小距離は 0.04401 となる．$m=0$ の符号語の多様性はなくなり，距離分布指数が定義されない（$-\infty$）ものと考えられる．この現象は，情報源系列の要素が 1 である確率 p が大きくなると現れない．

4.2 擬最小距離

図 2 に，(2, 4)-レギュラー（$P_C(C) = \delta(C; 2), P_L(L) = \delta(L; 4)$）のとき，および，(3, 6)-レギュラー（$P_C(C) = \delta(C; 3), P_L(L) = \delta(L; 6)$）のときの確率 p に対する擬最小距離 $d'_{min}(f, p)$ の変化を示す．擬最小距離は非単調に変化する．また，表**??**に，検出限界 $p_{max}(f)$ を示す．$p < p_{max}(f)$ であれば，十分に長い符号を用いることによって，検出失敗の確率は任意に小さくすることができる．いま，例として，(3, 6)-レギュラーの場合に注目する．擬最小距離に非単調性があることは，もし $p = 0$ であれば符号語は常に $z = \mathbf{0}$ となるため擬最小距離は 0 となり，また，もし $p = 1$ であれば符号語は常に $z = \mathbf{1}$ となるため，擬最小距離はやはり 0 となることからもわかる．この結果は，$p > 0.1100$ では正しく情報源系列が推定できないことを意味する．

擬最小距離が正の範囲では，検査に反転ノイズが含まれていても，十分に長い符号を用いることによって，検出失敗の確率は任意に小さくすることができることを意味する．例えば，擬最小距離が 0.2 の場合，検査の $0.1N$ 個未満の成分が反転まで許容できることが示唆される．擬最小距離の非単調性は，観測にノイズがある場合，例えば，(3, 6)-レギュラーで，0.01 の確率で観測が反転するノイズがある場合，擬最小距離が 0.02 であれば，十分に長い符号を用いることによって，検出失敗の確率は任意に小さくすることができる．そのような，情報源系列の要素が 1 である確率は $0.006 < p < 0.083$ となることがわかる．これは，情報源系列に 1 が少なすぎる場合も推定が逆に難しくなる，ということを表す．

4.3 擬最小距離の最大値

擬最小距離の最大値は，(2, 4)-レギュラーのとき $\bar{d}_{min}(f) = 0.0177$，(3, 6)-レギュラーのとき $\bar{d}_{min}(f) = 0.0459$ となる．観測が $\frac{1}{2}\bar{d}_{min}(f)$ 未満の場合は，十分に長い符号を用いることによって，検出失敗の確率は任意に小さくすることができる．

5. まとめ

疎行列と非線形関数を用いて定義される非線形符号の距離分布指数を評価した．ブーリアン圧縮センシングへ適用して，その擬最小距離を評価した．観測にノイズが入る場合は，情報源系列に 1 が少なすぎても推定が困難になることを示した．より典型的な距離分布を与えると考えられる $\lim_{N\to\infty} \frac{1}{N}\mathbb{E}_G[\ln N_D(w; C(f, G, p))]$ の評価などが今後の課題である．

謝辞

本研究の一部は，科学研究費（基盤研究 (B) No. 25289114，基盤研究 (C) No. 25330264）の援助による．

参考文献

[1] T. Kasami, “Weight distributions of Bose-Chaudhuri-Hocquenghem codes,” *Combinatorial Mathematics and Its Applications* (Chapel Hill, NC: Univ. of North Carolina Press, 1969).

[2] G. Kalai and N. Linial, “On the distance distribution of codes,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 41, no. 5, 1467-1472, Sep. 2005.

[3] A. Barg, and A. McGregor “Distance Distribution of Binary Codes and the Error,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 51, no. 12, 4237-4246, Dec. 2005.

[4] G. K. Atia and V. Saligrama, “Boolean Compressed Sensing and Noisy Group Testing,” *IEEE Trans. on Info. Theory*, vol. 58, no. 3, pp. 1880–1901, Feb. 2012.

[5] R. Dorfman, “The Detection of Defective Members of Large Populations,” *The Annals of Mathematical Statistics*, vol. 14, No. 4, pp. 436–440, 1943.

[6] T. Wadayama, “An analysis on non-adaptive group testing based on sparse pooling graphs,” *Proc. of ISIT2013*, pp. 2681–2685, Jul. 2013.

[7] A. Osugi, M. Kashisako, and K. Mimura, “Weight Distribution of a Nonlinear Code,” *J. Phys. Soc. Jpn.* 81, 11, 115003, Oct. 2013.

三村 和史 (広島市立大学大学院情報科学研究科)
〒731-3194 広島県広島市安佐南区大塚東 3-4-1
E-mail: `mimura@hiroshima-cu.ac.jp`

和田山 正 (名古屋工業大学大学院工学研究科)
〒466-8555 名古屋市昭和区御器所町
E-mail: `wadayama@nitech.ac.jp`

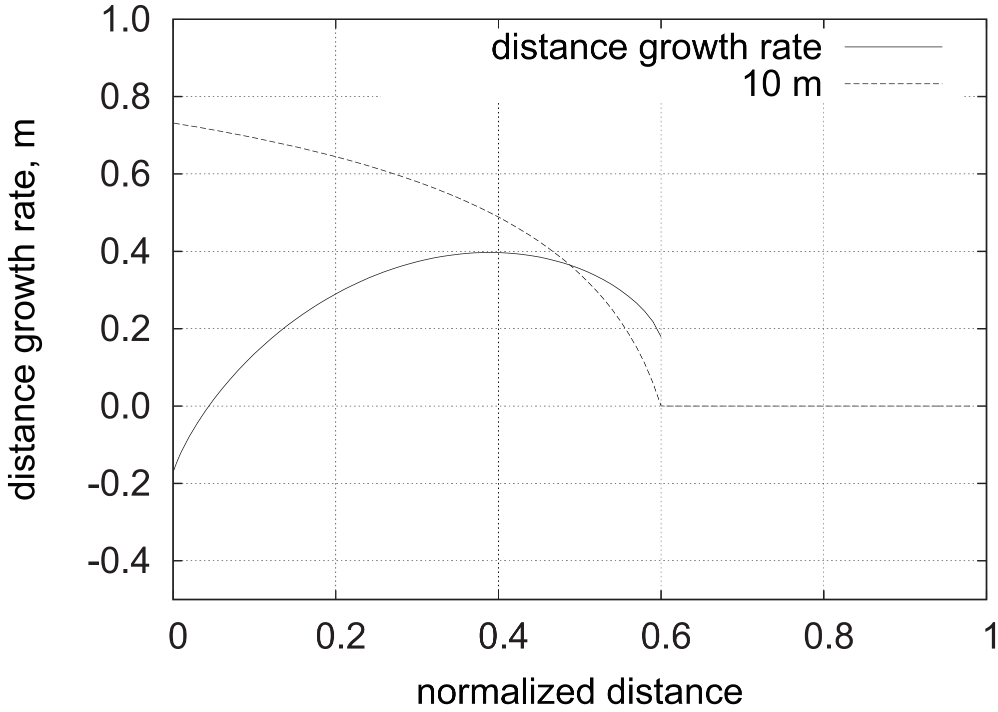


Fig. 1.　距離分布指数 $g_D(w; f, p)$．$P_L(L) = \delta(L; 6)$, $P_C(C) = \delta(C; 3)$, $p = 0.05$ のとき．

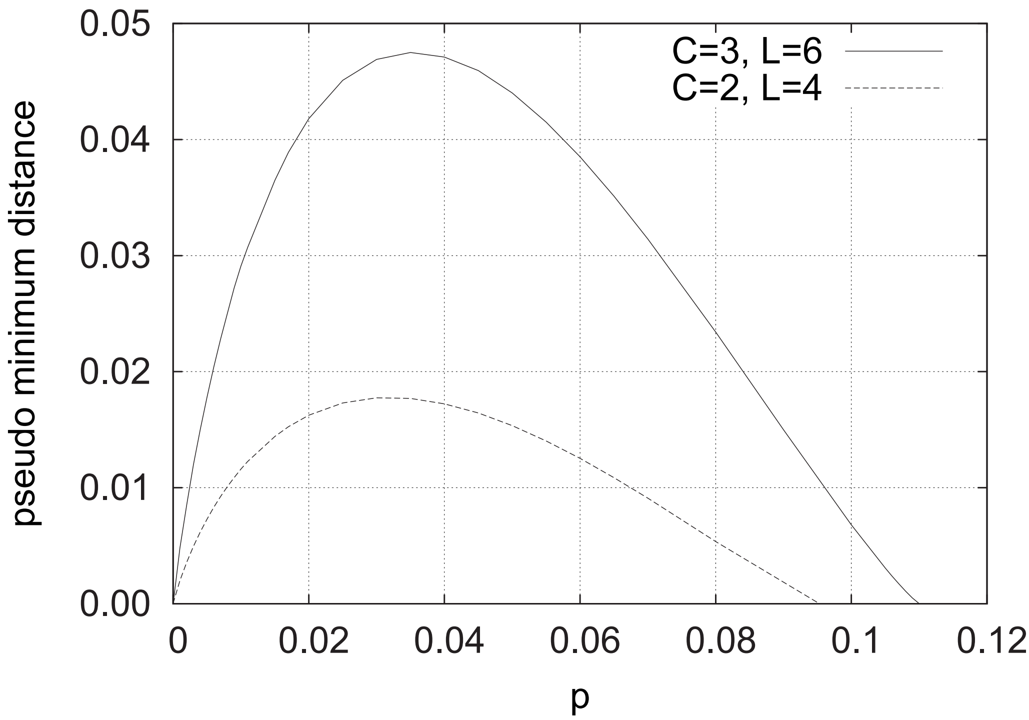


Fig. 2.　擬最小距離 $d'_{min}(f, p)$ の陽性確率 p 依存性．$(3, 6)$-レギュラーと $(2, 4)$-レギュラーのとき．

離散定常ウェーブレット解析を用いた 聴性脳幹反応の加算波形観察方法について

井川 信子 * 守本 晃 † 芦野 隆一 †
* 流通経済大学 † 大阪教育大学

概要. 耳から音を聞かせて誘発する脳波のうちの脳幹由来反応を聴性脳幹反応という．この誘発脳波は複数ニューロン群の合成反応として検出されるが，時間潜時に対応する反応ピークは波形の加算によって成長する．加算処理後の波形は他覚的聴力検査等に利用される．一方，加算過程の波形に対して離散定常ウェーブレット解析を用いて構成周波数を分割し，時間遷移に対応する波形ピークの成長を観察することで，反応を生成している複数ニューロン群の振る舞いを予測することについて問題を提起し，より短時間に精度の高い反応を検出するための解析手法について議論する．

Averaging of Observed Waveforms of Auditory Brainstem Response by using Discrete Stationary Wavelet Analysis

Nobuko Ikawa* Akira Morimoto† Ryuichi Ashino†

*Ryutsu Keizai University †Osaka Kyoiku University

Abstract. Auditory Brainstem Response (ABR) is used to assist when the human objective audiometry. An ABR has been obtained by many averaging of waveforms which are evoked as brain responses during 10 msec from input sound stimulation to the both ears. Because of the fast detection of ABR we think about to possibility of short time detection by using wavelet analysis. We apply the discrete stationary wavelet analysis (SWT) to the waveforms of each averaging. By observing the growth of the wave peak pattern corresponding to reconstructed waveforms of each frequency decomposition level, we are able to predict the behavior of plural neuronal groups generating responses. In this workshop, we would like to discuss about wavelet analysis contributing to the modeling of the auditory brainstem function.

1. はじめに

日本補聴器工業会の発表によると [1]，2000 年の世界における推定難聴者数は約 5 億人，世界人口に占める割合は 8.2 %，すなわち 100 人のうちの 8 人が難聴者である可能性が高く，このまま世界的な高齢化が進行すると，2025 年には推定難聴者数は約 9 億人にまで増加し，世界人口に占める割合も 11.3 %にまで上昇すると予想されている．世界の中でも高齢化が進んでいるといわれる日本においては，推定難聴者数は約 1994 万人、人

口の 15.2 %と試算されているが，そのうち自分の聴力の低下に気付いている人はほぼ半数（53 %）であるという．こうした現状の原因のひとつは，難聴は徐々に進行していくため自覚しにくいという点がある．運転免許取得の際に視力検査は必須であるが，一方，聴力検査は必須ではない等，日常生活の中で自分の聴力を測定する機会が少ないので，聴力の低下をやりすごしてしまう傾向も考えられる [2]．加齢による難聴は治らないものの，聴力低下は認知症になりやすいという報告もある [3, 4]．このような高齢化社会のなかでより進化した補聴器で快適な聞こえを得て生き生きと年を重ねようという呼びかけが行われている [5].

聴力検査は音を聞いて自らのきこえを応える自覚的検査が通常であるが，自らの応答が困難な場合や詐称など意図的に応えない場合には他覚的検査が用いられる．このような場合の聴力測定や脳死判定補助などに利用される聴性脳幹反応 (Auditory Brainstem Response : ABR, [6] – [12]) は聴性誘発脳波のひとつである．ABR による検査には安価ではない装置と，専門の検査技師が必要であるので，主に精密検査等で用いられ，容易に聴力検査に用いられることはない．精密検査においては，高速性よりも精度が優先され，反応の有無や特徴について短時間での検出のニーズは現状では少ない．しかし，一方，今日の高齢化社会において難聴者の増大と補聴器の適合において，精度は保ちつつも容易に実施される他覚的聴力検査の潜在的なニーズは少なくない.

我々はこれまで主として，ABR 検査の精度を保持しつつも高速かつ容易に実施するための波形の検出および解析法を研究している．その 1 つの解決策として，従来は必須と考えられる計測波形の加算処理を低減するウェーブレット解析を用いた方法の開発を試みている.

実際，離散定常ウェーブレット解析 (Discrete Stationary Wavelet Transform : SWT) を 2000 回加算された ABR および加算過程の波形に適用し，各分解レベルの再構成波形を観察した．fast ABR(速波成分 : 高い周波数成分構成波形) は少ない加算回の波形でレベル D5 の再構成波形に観察されるが一方，slow ABR(緩徐波成分: 低い周波数成分構成波形) は，fast ABR より多くの加算が必要であることが観察された．slow ABR は自発脳波 (spontaneous electroencephalogram : spontaneous EEG) の影響を受けているのではないかと予想し，自発脳波と同じ構成周波数である分解レベル A8 の再構成波形の 4 次多項式近似によって，加算ごとに観察し，その特徴のモデル化を試みている（ [13]– [23]）.

特に，レベル D8 について観察し，レベル A8 および slow ABR との関係について考察した．ABR を得るための加算過程の波形に離散定常ウェーブレット解析を用い，構成周波数を分割し，時間遷移に対応する波形ピークの成長を観察することで，反応を生成している複数ニューロン群の振る舞いを予測することについて問題を提起し，より短時間に精度の高い反応を検出するための解析手法について議論する.

2. ABR と SWT

本章では ABR を得る方法と SWT を適用した結果について述べる．

SWT はまず，2000 回加算して得られた ABR 波形に行いて周波数分解と波形の特徴を観察する．さらに，加算過程の波形に SWT を適用し，ピーク潜時（位相）の変化などを観察する．

2.1 ABR 導出

まず，検査装置，電極の位置，刺激音条件等は次のとおりである：

- 装置：Neuro pack Four mini（日本光電）
- 測定法：Positive Upper 法
- 電極位置： 接地電極；Frontal，Fpz
  (+) 導出電極；Vertex，Cz,
  (−) 基準電極；A1,A2
- 電極：脳波用皿電極 Ag-AgCl など
- 接触抵抗：5K Ω以下
- 両耳刺激，両耳間等電位
- 刺激音：クリック音，音圧 80dBnHL，激幅 0.1msec，刺激頻度 20Hz
- 加算回数：1 回から 2000 回まで実施

Fig. 1 は，ABR 測定装置のブロックダイヤグラムを示している．従来法による加算と，加算波形に SWT を適用するプログラムは LabVIEW よって開発し，処理過程で SWT を適用する場合とそうでない場合をプログラム上で切り替えることを可能としている．

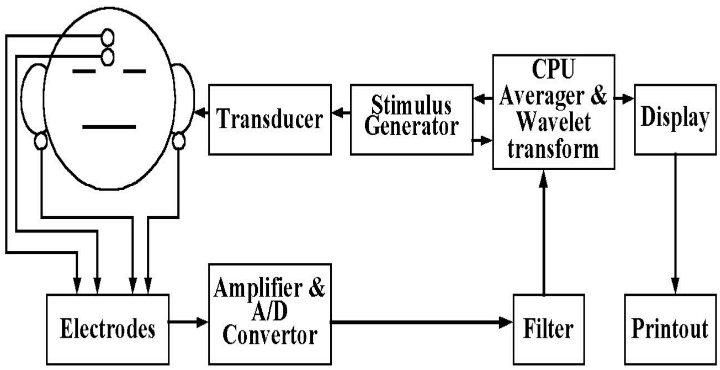


Fig. 1. Block diagram of ABR detection

加算は波形を時間的にサンプリングしてディジタル値に変換した数値を使って行う．サンプリング時間を 10msec，サンプリング点を 512 点とした．従って，サンプリング間隔

は 0.019msec（10msec/512 点），各加算回数における波形のサンプリング値をファイルに出力した．

ABR は，第 I 波から第 VII 波の 7 個のピーク (陽性波) を持つ波から構成され神経線維のインパルス放電 (刺激のない状態から刺激のある状態に，または一定の刺激状態から異なる刺激状態に変化したときにのみ生じる反応，On-反応ともいう) であり，蝸牛神経核から下丘におよぶ脳幹の広い範囲の聴覚伝導路がその発生起源とみられ，ABR の第 I 波から第 V 波の起源と脳幹の聴覚伝導路は，蝸牛→蝸牛神経→蝸牛神経核→上オリーブ核→外側毛帯核→下丘→内側膝状体→聴放線→聴皮質 の対応がほぼ同定されている．

臨床的支援として ABR の反応波形のピーク潜時（peak latency）などの指標が観察される．聴力正常者であっても ABR 波形の形状は一定ではないが，潜時は，性差や男女，成人子供等の因子はあるものの，ある程度の幅をもって一定である．とりわけ，第 V 波は最も反応の振幅が大きいので，臨床に応用される．例えば，音刺激音圧（音刺激強度，Intensity）を変更し，第 V 波のピークの有無により反応閾値（どれくらい小さい音圧まで反応が得られるかの境界値）を求めて，推定オージオグラムを描くことで難聴の診断を行う．新生児聴覚スクリーニングに用いる AABR は，weighted-binary template matching algorithm を用いて，第 V 波の潜時前後の波形上 9 点モデルを作成し，観測値データとの尤度比を求め，正常（pass）あるいは要検査（refer）の自動判定を行う（B.S.Hermann 1995, [24]）．

2.2 ABR 波形に SWT を適用

MATLAB を用いて 2000 回加算して反応が得られたと判定された波形に SWT を適用し，再構成波形を観察する．我々の実験による計測波形のサンプリング周波数から得られる分解レベルの構成周波数を Table 1 に示す．ウェーブレット関数としては再構成可能な，双直交ウェーブレットである Bi-orthogonal ウェーブレット（Bior. 5.5）を使用することにより ABR 構成周波数を含む分解レベルとその特徴を抽出する．

特に波形の潜時すなわち位相が重要なことを考慮して ABR 構成周波数に関連するレベルとして D5，D6，D7，D8 と A8 レベルの再構成波形を示す．Fig. 2 は，刺激音圧 80dBnHL で 2000 回加算して得られた聴力正常成人男性（20, 21 歳）の ABR 波形 2 例を再構成した例である．最上段 ABR と表記している波形が 2 名から得られた波形である．それぞれに対して，順にレベル D5，D6，D7，D8 と A8 の再構成波形を表示した．聴力正常であっても同じ波形が得られるわけではない．ただ，同一音刺激条件のもとであれば，ピーク潜時はほぼ等しい．一方，レベルごとの波形を比較すると D7 以外では波形の極大値の位相がほぼ等しい．各レベルにおける第 V 波潜時付近のピーク潜時を Table 2 に示す．A8 以外は，実際の V 波潜時近辺にピーク潜時がある．

Table 1. 各分解レベルの構成周波数.

Decomposition level	Frequency band
D1	12500 - 25000 Hz
D2	6250 - 12500 Hz
D3	3125 - 6250 Hz
D4	1562 - 3125 Hz
D5	781 - 1562 Hz
D6	390 - 781 Hz
D7	195 - 390 Hz
D8	97 - 195 Hz
A8	0 - 97 Hz

Table 2. 各分解レベルの V 波付近ピーク潜時.

ABR1		ABR2	
Level	Latency	Level	Latency
S	5.80	S	5.39
D5	5.76	D5	5.50
D6	5.41	D6	5.25
D7	5.72	D7	5.39
D8	5.37	D8	4.45
A8	4.12	A8	2.95

2.3 加算波形に SWT を適用

前節では 2000 回加算波形に SWT を適用して，周波数分解レベルにおける再構成波形の特徴を観察したが，本節では，加算過程で波形を出力してそれぞれに SWT を適用し，加算によるピーク潜時（位相）がどのように変化するかを観察する．前節で例示した ABR2 に SWT を適用した結果を例示する．

ABR の反応の有無の判定ではピーク潜時と周波数情報の両方を同時に必要とする．最も多く利用されるのは聴力正常成人において音刺激から 5 ミリ秒から 7 ミリ秒間に観測される第 V 波のピーク潜時であることは前節で説明した．ABR のピーク潜時の特徴は比較的わかっていることが多いが，一方，構成周波数については，自明な単一周波数で構成されていないことがわかっている．おおよそ 500～1500Hz で構成される波形を速波成分 (fast ABR) という．また，おおよそ 80～300Hz で構成される波形を緩除波成分 (slow ABR) という．この 2 つの成分に分解して観察する臨床応用もある．しかし，いずれの場合も通常，1000 回から 2000 回の加算処理を実施する時間が必要なので，計測後リアルタ

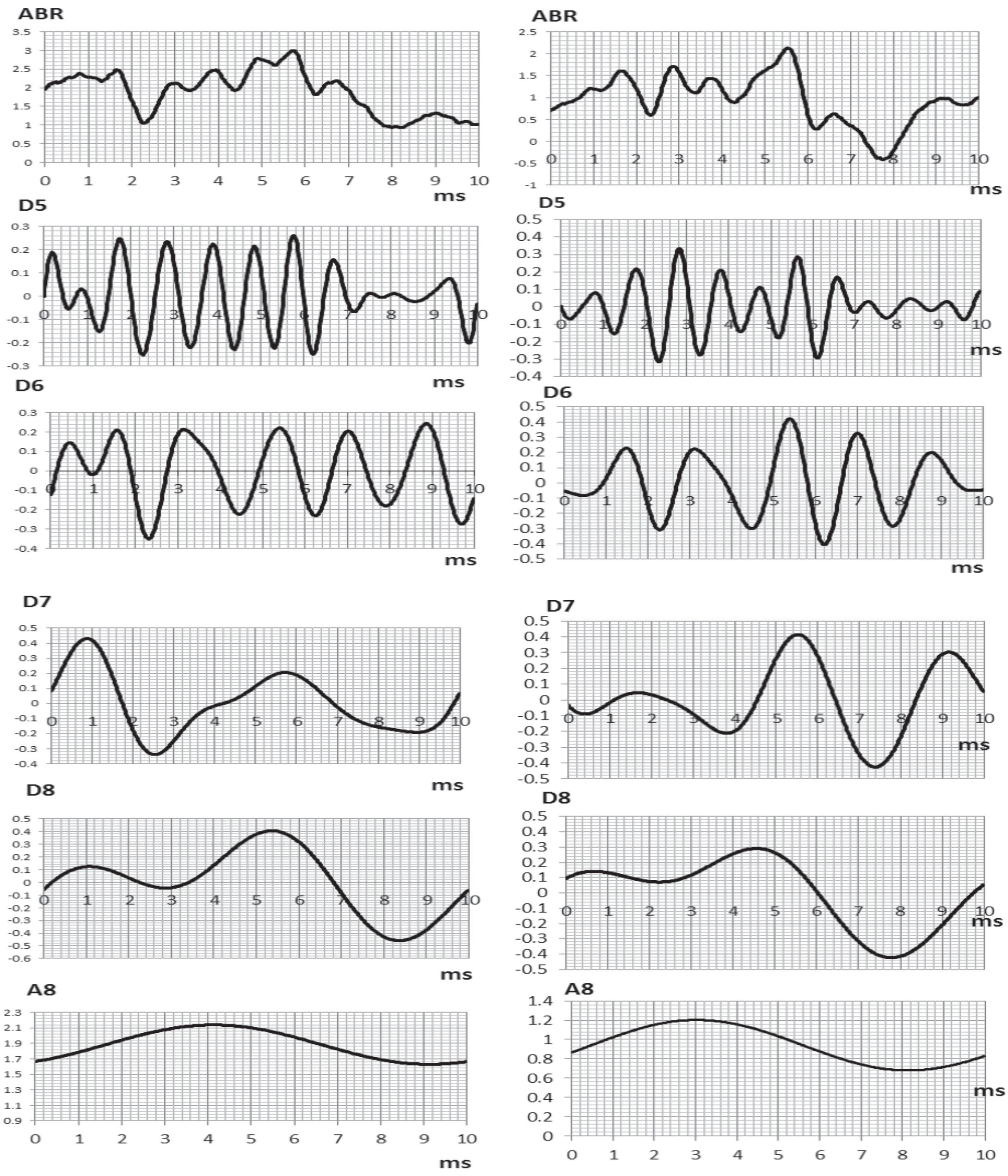


Fig. 2.　ABR 波形の SWT を用いた再構成波形の 2 例.

イムでの判定処理は実施できないと考えられている.

聴力正常成人男子（20 歳）の 10，20，30，40，100，200，300，1000，1500，2000 回加算波形について，それぞれ，SWT を適用した．計測加算信号の再構成波形の重ね書きを Fig. 3 では，(S)，D5 と D6，Fig. 4 では，D7，D8，A8 の重ね書きを示す.

図中の sw とは，sweep の略で加算回数を意味する．Fig. 3 は第 V 波が IV 波と分離していないタイプの波形であるが，聴力正常と判定された波形である．ABR が正常である波形パターンは複数存在するので判定が複雑であるが，波形の潜時を観察し，同一入力刺

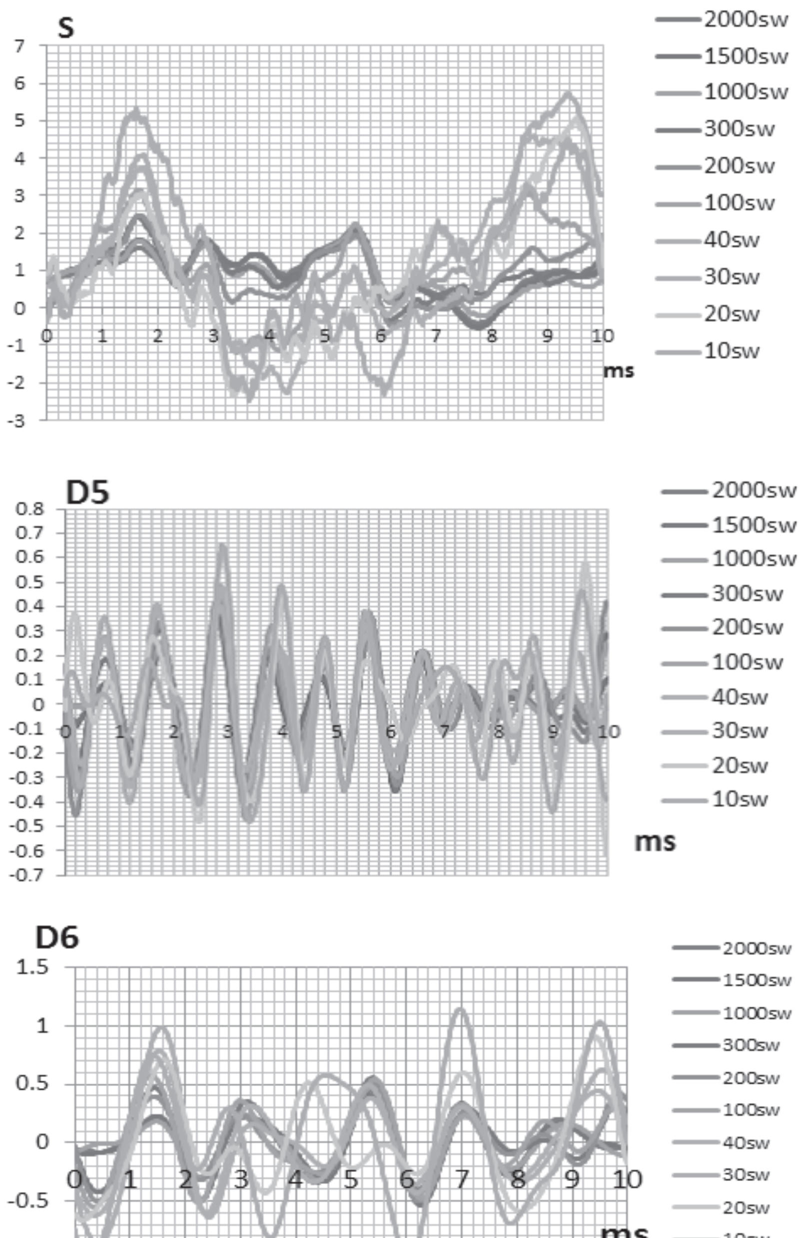


Fig. 3.　計測波形の各加算波形（上図）および D5，6 レベルの再構成波形（下図）の重ね書きの例.

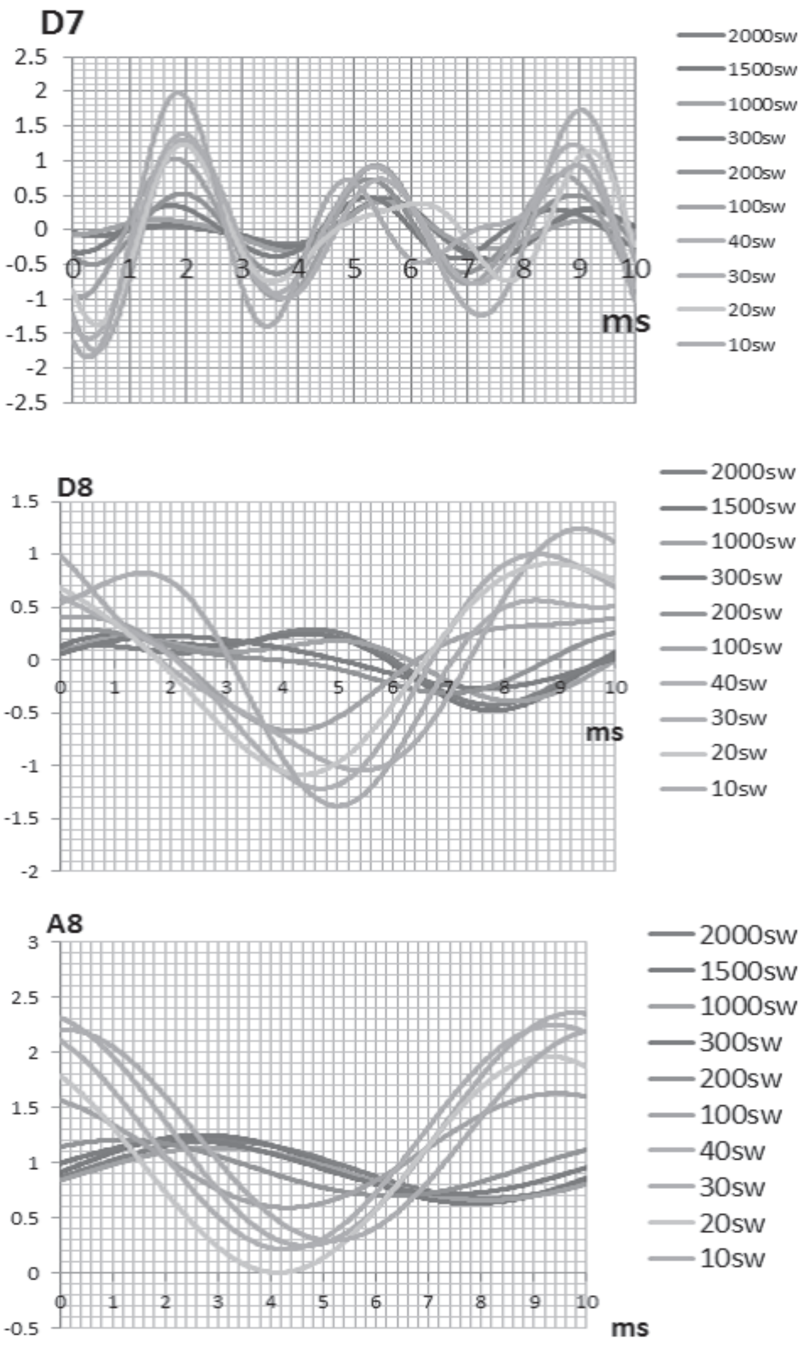


Fig. 4. 各加算波形の D7, 8（上図）および A8（下図）レベルの再構成波形の重ね書きの例.

激音に対して波形潜時に違いがあるかどうかが診断においては重要である.

一般に，計測波形では速波成分波形でも少ない加算回数で観察することはできないが，D5 の再構成波形では，ほぼ 10 回程度の加算回数から加算回数が増加しても特に波形の位相は変化しないことが明らかに観察できる．さらに，正常波形のバリエーションに依存しない形で，同一刺激音条件に対してほぼ均一に反応が得られることは，実用性が高い．実際，D5 の再構成波形を用いて，第 V 波ピーク潜時および第 I-V 波ピーク間潜時を測定すると，加算回数 10 回で反応波形との相関係数は 0.9 となり，200 回以上は相関係数はほぼ 1 となり，高々の加算は 200 回であることがわかった．聴力のスクリーニング自動判定などに用いれば，従来より短時間で判定が可能であると予想される.

一方，緩徐波成分に対応する D8 あるいは，自発脳波を含む A8 は，加算回数によって波形の位相がシフトしているように観察できる．D5 波形と異なり，加算による影響が強いことが観察される．つまり D5 (および D6, D7 も同様）は自発脳波などの干渉を受けにくいが，D8，A8 を観察すると，自発脳波などの干渉 (揺らぎ) を受けているように観察できる．A8 の構成周波数は自発脳波の周波数領域と重なり，また，D8 の構成周波数領域は，緩徐波成分 (slow ABR) の周波数領域と重なっている．A8 は加算によって自発脳波の干渉を受けて波形同期が起こるような数理モデルが適用できると想定する．一方，緩徐波成分は，自発脳波の構成周波数領域ではないのにも関わらず，干渉を受けて，位相同期することによって反応を得ているように観察できる．緩徐波成分の発生モデルについては，生理学的知見などのさらなる照合の必要があるが，まずは次章において加算波形の多項式近似を試みた.

3. 加算波形の波形近似と結果

加算波形の A8 および D8 の波形の式 (1) による多項式近似実験を実施した．解析には LabVIEW2015 を用いた．A8 は $n = 4$ 次，D8 は $n = 6$ 次による近似が最適であった.

(3.1)
$$y = \sum_{k=0}^{n} a_k t^k.$$

3.1 A8 波形近似と結果

Fig. 5 に示す加算波形データを用いて多項式近似を行った．最適近似多項式の次数は 4 次となり，また，多項式の係数は Fig. 6 に示すように，係数 a_0 が最も大きく，係数 a_1, a_2, a_3, a_4 の値はほぼ同等に小さい．しかし，加算波形の極性，すなわち波形の極大値を与える時刻 t の値は，加算回数少ない時は，極小値を与える時刻 t の値であったものが，ABR を得るに足る加算を終了すると，極大値を与える時刻 t の値となっている.

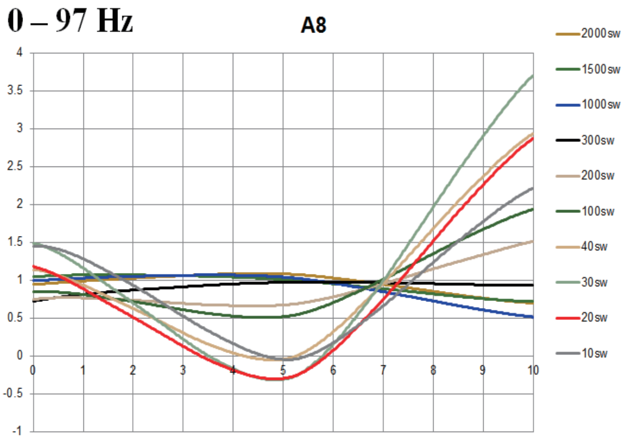


Fig. 5. 各加算回の A8 の再構成波形

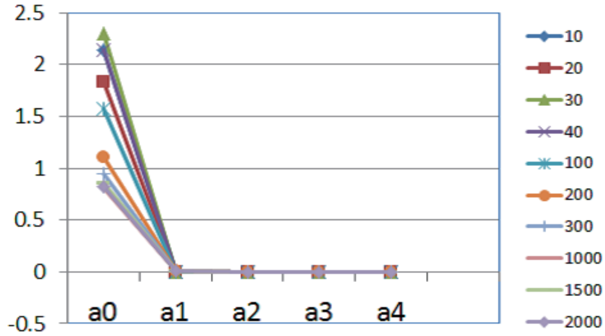


Fig. 6. 各加算回の A8 の近似多項式係数値

3.2 D8 波形近似と結果

Fig. 7 に示す加算波形データを用いて多項式近似を行った．最適近似多項式の次数は 6 次となり，また，多項式の係数は Fig. 8 に示すように，係数 a_0 が最も大きく，係数 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ の値はほぼ同等に小さい．しかし，加算波形の極性，すなわち波形の極大値を与える時刻 t の値は，加算回数少ない時は，極小値を与える時刻 t の値であったものが，ABR を得るに足る加算を終了すると，極大値を与える時刻 t の値となっている．

3.3 自発脳波との関係モデル

A8 は α波, β波, γ波 などのヒトの自発脳波（spontaneous EEG）の周波数帯域を含む．緩徐波成分に対応する D8 と自発脳波成分に対応する A8 の加算ごとの波形を比較すると，特に第Ⅴ波潜時付近の極値（微係数の符号）がほぼ同じである．両者の位相が同期しているように思われる．すなわち，D8 の加算波形を比較すると，2000 回加算することによって slow ABR 波形が得られ，潜時 5 秒から 6 秒の間の波形の極大値を観察すると，加算ご

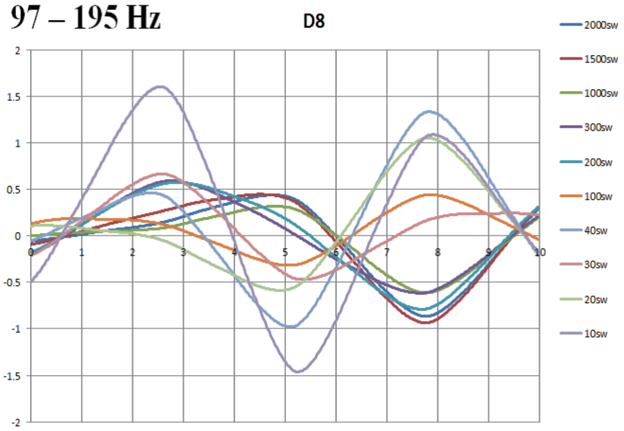


Fig. 7.　各加算回の D8 の再構成波形

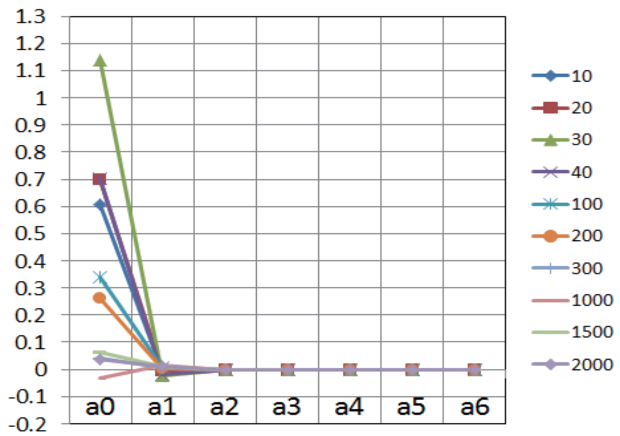


Fig. 8.　各加算回のレベル D8 の近似多項式係数値

とに D8 と A8 ではほぼ同じ潜時であることが観察できた．

　また，多項式近似の結果からは係数 a_0 の影響が大きく，それ以外の係数値は小さいという結果であったので，20 Hz の入力音刺激を Dirac comb と考え，自発脳波は Dirac comb に同期すると仮説をたてて，モデル式 (3.1) をさらに次のように改良した．

(3.2)
$$y = a_0(N) + \sum_{k=1}^{n} a_k(t - \delta(N))^k.$$

ここで N は加算回数を表す．$n = 4$ のとき A8，$n = 6$ のとき D8 の近似多項式を表す．Fig. 9 は，加算波形とモデル式による波形の重ね書きの表示例である．平均相関係数 0.98 となり，精度の良い近似多項式を得ることができた．

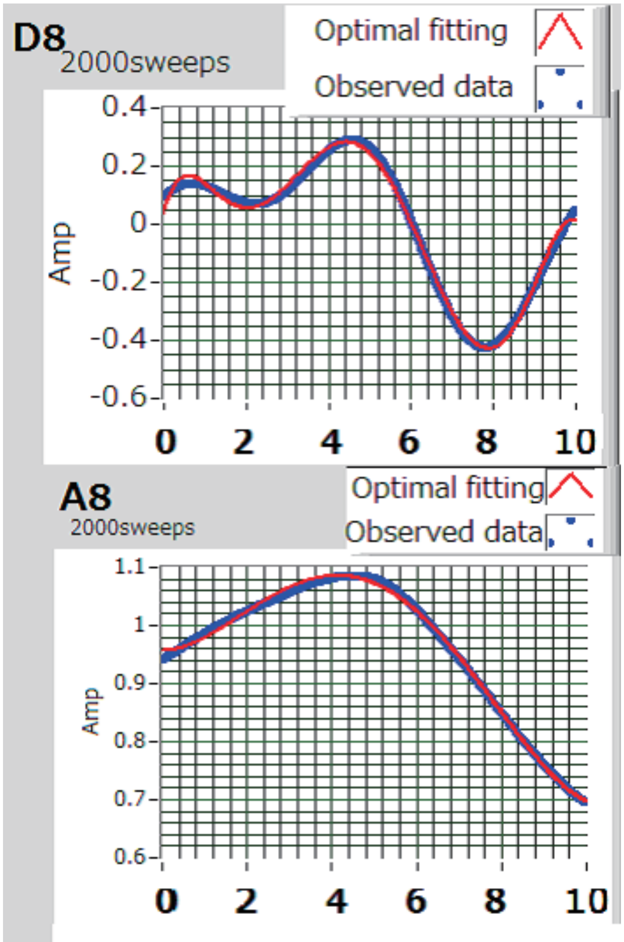


Fig. 9.　2000 回加算のレベル D8 と A8 の近似波形例

4.　まとめと考察

SWT を用いて D5 では，少ない加算回数で得られた速波成分 (fast ABR) による波形潜時の抽出が可能であり，より高速に刺激音圧と V 波潜時の関係を表す I-L 曲線の描画の実現性が高まった．このことは，診断における 1 つの有効指標を提示すると考える．一方，D8 で観察できる緩徐波成分 (slow ABR) は，2000 回加算よりは低減できるものの，実験例を観察すると，少なくとも 300 回以上の加算回数を要し，加算が必要であることがわかった．加算波形を観察すると，その理由は自発脳波との位相同期というプロセスが関与しているように観察することができた．それは，A8 すなわち，自発脳波と同様の構成周波数を持つ波形の加算過程を観察すると位相同期の様子が D8 とほぼ同等であることから想像できる．ただし，近似多項式の次数が A8 は 4 次であったのに対して，D8 は 6 次が必要であった．これは，自発脳波以外の刺激信号に影響を与えるニューロンメカニズムの関与が想像できるがそれらの根拠づけや臨床データでの検証，モデル波形の精度を向上す

ることを今後の課題とする.

謝辞 この研究の実験の際, 千葉大学 CFME の支援を受けた. また, 科研費 (C)26400199, (C)25400202 の支援を一部受けたことに感謝する.

参考文献

[1] ワイデックス株式会社, 難聴の現状, http://www.widexjp.co.jp/deafness/what/current.html.

[2] 第一生命研究開発室，中高年層の難聴に対する現状と意識，http://group.dai-ichi-life.co.jp/dlri/ldi/report/rp0901.pdf，2009.

[3] シーメンス株式会社，難聴と認知症，https://www.bestsound-technology.jp/backgrounder/backgrounder_1/.

[4] Jonathan Peelle，Brain activity related to sentence processing is reduced in listeners with poorer hearing,
http://www.sciencedaily.com/releases/2011/08/110831115946.htm,
http://www.hearing.org/uploadedFiles/Content/impact_of_untreated_hearing_loss_on_income.pdf.

[5] 日耳鼻，聞きにくいと感じたら...，読売新聞，朝刊，2015.10. 19.

[6] 日本聴覚医学会編, 聴覚検査の実際 改訂 2 版, 南山堂, 2004.

[7] リオン株式会社, 聴力を測る, http://www.rion.co.jp/kikoe/gauge/index.html.

[8] 船坂宗太郎, 大西信治郎編, 聴性脳幹反応・その基礎と臨床, メジカルビュー社, 1985.

[9] 市川銀一郎編, 初心者のための聴性誘発反応アトラス, 広川書店, 1989.

[10] 加我君孝編, ABR ハンドブック, 金原書店, 1998.

[11] 青柳, 聴性定常反応 その解析法・臨床応用と起源, リオン株式会社, 2005.

[12] 加我君孝編, 新生児・乳幼児の耳音響放射と ABR, 診断と治療社, 2012.

[13] 井川他, カルマンフィルタを適用した聴性脳幹反応の特徴抽出とモデル化, Journal of Signal Processing, Vol.8, No.4, "335–349", 2004.

[14] N. Ikawa, *Automated averaging of auditory evoked response waveforms using wavelet analysis*, International Journal of Wavelets, Multiresolution and Information Processing (IJWMIP), Vol. 11, No. 4, 1360009 (21 pages), 2013.

[15] 井川他, 聴性定常反応による聴力検査装置の試作 —PXI-4461 による計測精度の向上—, 千葉大学 CFME, 2009.

[16] N. Ikawa, T. Yahagi and H. Jiang, *Waveform analysis based on latency-frequency characteristics of auditory brainstem response using wavelet transform*, Proc. of the NCSP05, “423–426” , 2005.

[17] N. Ikawa, T. Yahagi and H. Jiang, *Waveform analysis based on latency-frequency characteristics of auditory brainstem response using wavelet transform*, Journal of Signal Processing, **9** (6), “505–518” , 2005.

[18] 井川, Kusuma, 谷萩, 鈴木, 青柳, ABR および ASSR の離散 Wavelet 変換による特徴抽出事例, Audiology Japan, **49**(5), “489–490” , 2006.

[19] 井川, 鈴木, 青柳, 谷萩, ASSR 波形解析に最適な Wavelet 関数の選択について, Audiology Japan, **50**(5), “603–604” , 2007.

[20] 守本, 神山, 井上, 大道, 西村, 芦野, 萬代, ウェーブレット解析を用いた画像分離, 日本応用数理学会論文誌, **19**(3), “53–74” , 2009.

[21] N. Ikawa, A. Morimoto, and R. Ashino, “The detection of the relation of the stimulus intensity-latency of auditory brainstem response using optimal wavelet analysis”, in the proceedings of ICWAPR2014，Lanzhou, China, “127–133”, 2014.

[22] 井川，聴性脳幹反応加算時間経過波形のウェーブレット変換による再構成波形の特徴とモデル化について，2014 RIMS 共同研究「ウェーブレット解析と信号処理」，京都大学数理解析研究所，2014.

[23] N. Ikawa, A. Morimoto, and R. Ashino, “A phase synchronization model between auditory brainstem response and electroencephalogram using the reconstructed waveform of multi-resolution discrete stationary wavelet analysis”, in the proceedings of ICWAPR2015, Guangzhou, China,“111–116”, 2015.

[24] B. S. Herrmann, A. R. Thornton and J. M. Joseph, *Automated infant hearing screening using the ABR: Development and Validation*, American Journal of Audiology Vol.4, No.2 “6–14”, 1995.

[25] W.J. Wilson, *The relationship between the auditory brain-stem response and its re- constructed waveforms following discrete wavelet transformation*, Clinical Neuro- physiology, **115** “1129–1139” , 2004.

[26] R. Zhang, G. McAllister, B. Scottney, S. McClean and G. Houston, *Feature extraction and classification of the auditory brainstem response using wavelet analysis*, Knowledge Exploration in Life Science Informatics International Symposium KELSI, “169–180” , 2004.

[27] 江原, 市川, 向殿, 聴性誘発反応の解析, 日本 ME 学会, BME **9**, “6–23” , 1994.

井川 信子 (流通経済大学法学部)
〒301-8555 茨城県龍ヶ崎市 120
E-mail: ikawa@rku.ac.jp

守本 晃 (大阪教育大学教育学部情報科学講座)
〒582-8582 大阪府柏原市旭ヶ丘 4-698-1
E-mail: morimoto@cc.osaka-kyoiku.ac.jp

芦野 隆一 (大阪教育大学教育学部数理科学講座)
〒582-8582 大阪府柏原市旭ヶ丘 4-698-1
E-mail: ashino@cc.osaka-kyoiku.ac.jp

OSAKA KYOIKU
UNIVERSITY

統計数理研究所
数学協働プログラム

ウェーブレット理論と工学への応用

主催　大阪教育大学・統計数理研究所

平成二十七年十一月